

ANALISI MATEMATICA B

LEZIONI 1

14.9.2026

FONDAMENTI

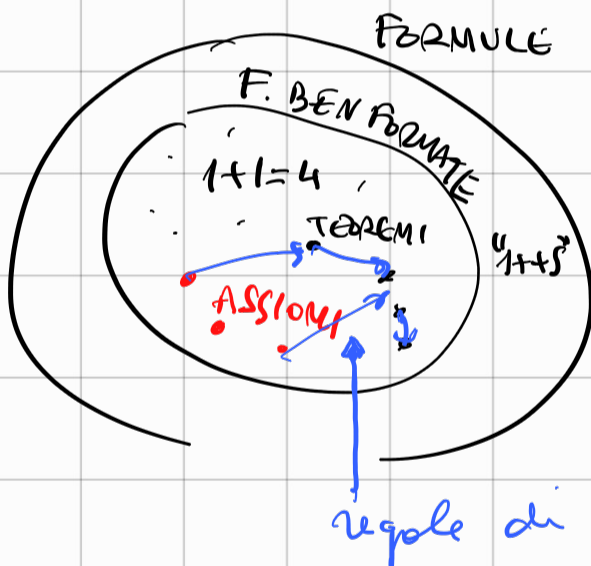
SISTEMA FORMALE

- FORMULE (SEQUENZA ^{FINITA} DI SIMBOLI) $1 + \Rightarrow 5$
- FORMULE BEN FORMATE $1 + 3 = 5$
- ASSIOMI, REGOLE DI INFERENZA, TEOREMI

1, 3, x,
+, =, $\Rightarrow$
...

Formule a cui diamo un significato

↳ formule che interpretiamo come vere



TEOREMA: è una formula (ben formata) che può essere dedotta da assiomi e teoremi tramite le regole di inferenza.

Regole di inferenza: permettono di dedurre fatti nuovi a partire dagli assiomi.

PROPOSIZIONI

Proposizione: è una formula a cui assegniamo un valore di verità (VERO - FALSO)

$1 + 3 = 5$ è una proposizione

1+3

non è una proposizione

interpretazione

come veri

IDEA: se gli assiomi sono "VERI"
e se le regole di inferenza producono
formule "vere" da formule "vere"

allora tutti i teoremi sono veri.

ES (MODUS PONENS) (regola di inferenza).

Se $P \Rightarrow Q$ è un teorema

e P è un teorema

Allora Q è un teorema.

NEGAZIONE.

Se P è una proposizione

$\neg P$ (non P)

è un'altra proposizione il cui valore
logico (VERO o FALSO) è invertito.

Se in un sistema formale posso dimostrare
sia P che $\neg P$
dico che il sistema formale è **CONTRADDITTORIO**
(succede che tutte le proposizioni siano vere!)

Se in un sistema formale non si può
dimostrare né P né $\neg P$
dico che il sistema formale è **INCOMPLETO**

Teorema di Gödel:

Un sistema formale sufficientemente
"potente" (è in grado di descrivere i numeri
naturali) o è **CONTRADDITTORIO** o è **INCOMPLETO**.

Inoltre se il sistema non è contraddittorio
non lo posso dimostrare.

CONNETTIVI LOGICI

P, Q proposizioni

$\neg P$ negazione

$(P) \wedge (Q)$ congiunzione

$P \vee Q$ disgiunzione

$P \Rightarrow Q$ implicazione

$P \Leftarrow Q$ " inversa

$P \Leftrightarrow Q$ doppia implicazione.

P	Q	$\neg P$	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \Rightarrow Q$	$P \Leftarrow Q$	$P \Leftrightarrow Q$	$P \wedge \neg P$
F	F	V	F	F	V	V	V	F
F	V	V	F	V	V	F	F	F
V	F	F	F	V	F	V	F	F
V	V	F	V	V	V	V	V	F

implicazione logica $P \Rightarrow Q$
 ipotesi $\swarrow$ tesi $\nwarrow$

Es $3 < 2 \Rightarrow 5 = 7$ (ex falso quodlibet)

Es $3 < 2 \Rightarrow 5 = 5$

Es $x \geq 5 \Rightarrow x + 2 \geq 6$

$x = 4$	$4 \geq 5 \Rightarrow$	$6 \geq 6$	$(F \Rightarrow V)$
$x = 3$	$3 \geq 5 \Rightarrow$	$5 \geq 6$	$(F \Rightarrow F)$
$x = 5$	$5 \geq 5 \Rightarrow$	$7 \geq 6$	$(V \Rightarrow V)$

$$P \Rightarrow Q$$

se P allora Q

$$P \Leftarrow Q$$

P se Q

$$P \Leftrightarrow Q$$

$$(P \Rightarrow Q) \wedge (P \Leftarrow Q)$$

P se e solo se Q

Esercizio dimostrare che se $P \Leftrightarrow Q$

significa che P e Q hanno
lo stesso valore di verità

in due modi:

① formalmente

② logicamente (intuitivamente)