ANALISI MATEMATICA B
LEZIONE 1 — 18.9.2023

emanuele.paolini@unipi.it
RICEVIMENTO: martedì: 16^{00}

SISTEMI FORMALI

obiettivo: TEORIA degli INSIEMI (ZFC)

simboli: $(, \{, +, 7, 2, \int, \forall, x, :, \Rightarrow$ (caratteri)

formula: sequenza finita di simboli (stringa)
$\{\int 7+$

formula ben formata: $\forall x : x+2=7$
(c'è un algoritmo che decide se una formula è ben formata)

assiomi: un elenco di formule ben formate.
(es: $\exists X : \forall a : a \notin X$
esiste un insieme vuoto)

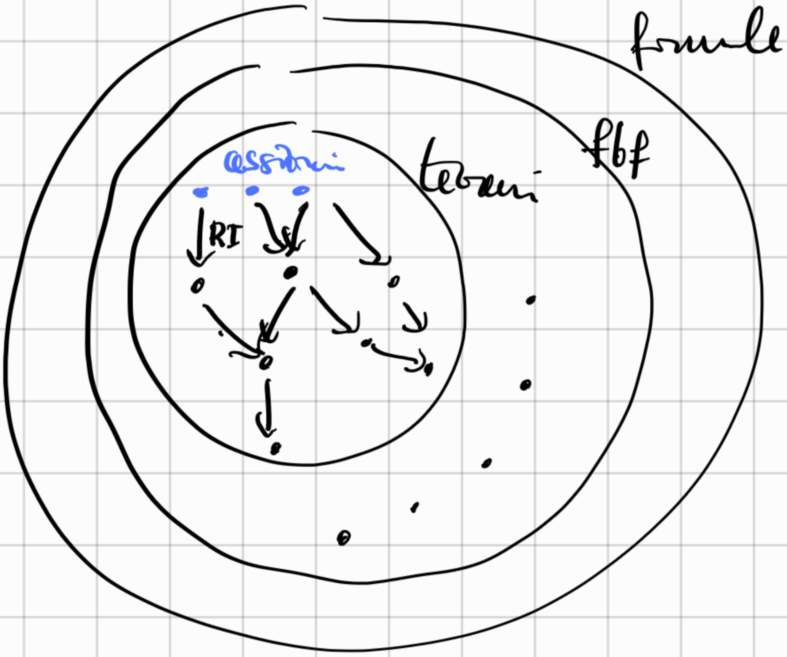
regole di inferenza: un algoritmo che dato un elenco di formule ben formate produce nuove formule ben formate

(es: MODUS PONENS)

$$\boxed{\begin{array}{ll} 1) & P \Rightarrow Q \\ 2) & P \\ \hline & Q \end{array}}$$

es: $x \in \mathbb{N} \Rightarrow x+1 \in \mathbb{N}$
es: $42 \in \mathbb{N}$
$$\overline{\phantom{42+1 \in \mathbb{N}}}$$
$42+1 \in \mathbb{N}$.

teoremi: gli assiomi, e tutte le formule che si possono ottenere tramite le regole di inferenza da teoremi.



fbf: formula ben formata
RI: Regola di inferenza

LOGICA PROPOSIZIONALE

Proposizione: formule ben formate hanno un valore di verità: Vero o Falso

ES: $2+3$ non ha un valore di verità (NON è una proposizione)

ES: $2+3=7$ è una proposizione.

Le formule ben formate per noi sono solo le proposizioni.

Operatori logici

$\wedge$ congiunzione logica

$\vee$ disgiunzione logica inclusiva (esclusiva $\dot{\vee}$ xor)

$\neg$ negazione

$\Rightarrow$ implicazioni

$\Leftarrow$

$\Leftrightarrow$ doppia implicazione.

Se P e Q sono proposizioni anche $P \wedge Q$ è una proposizione

P	Q	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$\neg P$	$P \Rightarrow Q$	$P \Leftarrow Q$	$P \Leftrightarrow Q$
F	F	F	F	V	V*	V	V
F	V	F	V	V	V	F	F
V	F	F	V	F	F	V	F
V	V	V	V	F	V	V	V

* ex falso quodlibet.

Esempio $\forall x : \quad x > 5 \Rightarrow x+2 > 5$ è vero.

$x = 7 \qquad \underset{V}{7 > 5} \Rightarrow \underset{V}{9 > 5}$

$x = 4 \qquad \underset{F}{4 > 5} \Rightarrow \underset{V}{6 > 5}$

$x = 2 \qquad \underset{F}{2 > 5} \Rightarrow \underset{F}{4 > 5}$

Esercizio Posto $P \Leftrightarrow Q$ è equivalente a $(P \Rightarrow Q) \wedge (P \Leftarrow Q)$

verificare i valori di verità di $P \Leftrightarrow Q$