

# Analisi Matematica

## Prova scritta n. 3

Corso di laurea in Fisica, 2019-2020

14 luglio 2020

1. Dire per quali  $a > 0$  la seguente serie converge:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n (n!)^3}{(2n)! (an)^n}$$

2. Si consideri la seguente funzione  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  dipendente dal parametro  $a > 0$ :

$$f(x) = a \ln x + \int_1^x \frac{\sin t - t}{t^4} dt$$

- (a) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

- (b) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x).$$

- (c) Per quali valori di  $a > 0$  la funzione  $f$  si prolunga ad una funzione  $F$  continua e derivabile su  $[0, +\infty)$ ?

- (d) Per tali valori di  $a$  quanto vale  $F'(0)$ ?

3. Scrivere le soluzioni, per  $x > 0$ , dell'equazione differenziale

$$u' + \frac{u}{x} = x^2.$$

Scrivere, se esistono, le soluzioni  $u(x)$  che verificano:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{u(x)}{x^2} = 1$$

Scrivere, se esistono, le soluzioni  $u(x)$  che verificano:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x u(x) = 1.$$