

# Matematica (gruppo A) (Probabilità e Statistica)

Cdl Biologia, a.a. 2011-2012

16 luglio 2012

**Esercizio 6.** Un batterio può assumere quattro diverse varianti: A, B, C e D. Le varianti A e B si presentano ognuna nel 40% dei casi, le varianti C e D si presentano ognuna nel 10% dei casi. Un particolare test, se eseguito sul tipo A, dà risultato positivo nel 10% dei casi. Sul tipo B e sul tipo C il risultato è positivo nel 5% dei casi mentre sul tipo D il risultato è positivo nel 50% dei casi. Se su un particolare batterio il risultato è positivo, qual è la probabilità che sia di tipo D?

*Soluzione.* Indichiamo con P la positività al test. Le informazioni che abbiamo sono dunque:

$$\begin{aligned} p(A) = 0.4, \quad p(B) = 0.4, \quad p(C) = 0.1, \quad p(D) = 0.1, \\ p(P|A) = 0.1, \quad p(P|B) = 0.05, \quad p(P|C) = 0.05, \quad p(P|D) = 0.5 \end{aligned}$$

Ci viene chiesto di calcolare  $p(D|P)$ . Sappiamo che:

$$p(D|P) = \frac{p(D \cap P)}{p(P)} = \frac{p(P|D)p(D)}{p(P)} = \frac{0.5 \cdot 0.1}{p(P)}$$

d'altra parte

$$\begin{aligned} p(P) &= p(P|A)p(A) + p(P|B)p(B) + p(P|C)p(C) + p(P|D)p(D) \\ &= 0.1 \cdot 0.4 + 0.05 \cdot 0.4 + 0.05 \cdot 0.1 + 0.5 \cdot 0.1 = 0.115 \end{aligned}$$

e quindi, in conclusione

$$P(D|P) = \frac{0.05}{0.115} = 0.43 = 43\%$$

**Esercizio 7.** Il pH arterioso in un adulto sano è una variabile con distribuzione normale di media  $\mu = 7.40$  e scarto quadratico medio  $\sigma = 0.03$ . Calcolare la probabilità che in una popolazione di 87 individui tutti abbiano un valore del pH maggiore di 7.35.

*Soluzione.* La probabilità  $p$  che un individuo abbia il pH maggiore di 7.35, rinormalizzando ad una variabile standard  $Z$ , è data da:

$$\begin{aligned} p &= P(\text{pH} > 7.35) = P\left(\frac{\text{pH} - 7.40}{0.03} > -1.67\right) \\ &= P(Z > -1.67) = \Phi(+\infty) - \Phi(-1.67) = 0.5 + \Phi(1.67) = 0.5 + 0.4525 = 0.9525 \end{aligned}$$

La probabilità che tutti e 87 gli individui abbiano  $\text{pH} > 7.35$  è dunque data da

$$p^{87} = 0.9525^{87} = 0.014 = 1.4\%$$