Matematica I (analisi) Prova scritta n. 1

Corso di laurea in Ottica e Optometria, a.a. 2009-2010 20 gennaio 2010

1. Calcolare il limite

$$\lim_{x \to 0} x (\sqrt{x} - e^x)^2.$$

2. Determinare il numero di soluzioni dell'equazione

$$\log x = x^2 - 1.$$

Mostrare inoltre che per x>1 vale la disuguaglianza

$$\log x < x^2 - 1.$$

3. Scrivere il polinomio di Taylor di grado 6, centrato in $x_0 = 0$ della funzione

$$f(x) = \sqrt{1 + x^2}.$$

4. Trovare i punti critici della funzione

$$f(x,y) = (x^2 - x)(y^2 - y)$$

e determinarne la natura.