

# Analisi Matematica II e Complementi

Prova scritta n. 2

Ingegneria, a.a. 2009-2010

5 giugno 2010

(spazio riservato al docente)

ammonito

espulso

voto

cognome

nome

matricola

risposte: 

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----

codice compito: **DACA BBCC BDCA**

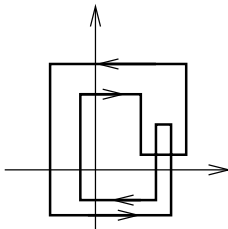
**1.** Il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y^3}{x^2 + y^2}$$

(A) vale 0, (B) vale  $+\infty$ , (C) vale 1, (D) **non esiste**.

**2.** La funzione  $f(x, y) = (x + y)(x - y^2)$  nel punto  $(0, 0)$  (A) ha un massimo locale, (B) ha un minimo locale, (C) **ha un punto sella**, (D) non ha un punto critico.

**3.** Sia  $\gamma$  la curva chiusa rappresentata in figura. Calcolare  $\int_{\gamma} \frac{-y dx + x dy}{x^2 + y^2}$ .



(A)  $4\pi$ , (B) **0**, (C)  $-2\pi$ , (D)  $\pi$ .

**4.** Sapendo che  $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  è olomorfa e la sua parte reale è  $x^2 - y^2$ , quale delle seguenti potrebbe essere la parte immaginaria di  $f$ ?

(A)  $x^2 + y^2$ , (B) 0, (C)  **$2xy$** , (D)  $y$ .

**5.** Calcolare

$$\int_{\gamma} \frac{\cos z}{z} dz$$

dove  $\gamma(t) = e^{it}$ ,  $t \in [0, 2\pi]$ .

(A) 1, (B)  $\pi$ , (C)  **$2\pi i$** , (D) 0.

**6.** La  $\mathcal{L}$ -trasformata di  $e^{-t} + \sin t$  è

(A)  $\frac{1}{s-1} + \frac{1}{s^2+1}$ , (B)  $\frac{1}{s-1} + \frac{s}{s^2+1}$ , (C)  $\frac{1}{s+1} + \frac{s}{s^2+1}$ , (D)  **$\frac{1}{s+1} + \frac{1}{s^2+1}$** .

**7.** Il raggio di convergenza della serie di potenze  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{z^k}{k}$  è (A) **1**, (B)  $\sqrt{2}$ , (C)  $+\infty$ , (D) 0.

**8.** Se  $y(t)$  risolve

$$\begin{cases} y'' + 2y' + y = 0 \\ y(0) = 1, y'(0) = -2 \end{cases}$$

allora l'integrale  $\int_0^{+\infty} y(t) dt$  vale

(A) **0**, (B)  $\pi$ , (C)  $-1$ , (D)  $+\infty$ .

**9.** Calcolare  $\int_{\gamma} \bar{z} dz$  con  $\gamma(t) = e^{it}$ ,  $t \in [0, 2\pi]$ .

(A)  $\sqrt{2}$ , (B)  $-1$ , (C)  $i$ , (D)  **$2\pi i$** .

**10.** Sia  $D \subset \mathbb{R}^2$  un dominio regolare e sia  $f: D \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione regolare, positiva. Il volume dell'insieme

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x, y) \in D, |z| \leq f(x, y)\}$$

è dato da

(A)  $\int_{\partial^+ D} f_y dx - f_x dy$ , (B)  $\frac{1}{2} \iint_D f^2(x, y) dx dy$ , (C)  $\int_{\partial^+ D} f_x dx + f_y dy$ , (D)  **$2 \iint_D f(x, y) dx dy$** .

**11.** Sia  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2\}$  e sia  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione differenziabile tale che

$$\sup_{(x,y) \in D} f(x, y) = f(1, 1).$$

Allora tra le seguenti possibilità il vettore  $\nabla f(1, 1)$  potrebbe essere

(A)  $(-1, -1)$ , (B)  $(1, -1)$ , (C)  **$(1, 1)$** , (D)  $(-1, 1)$ .

**12.** Sia  $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  una funzione olomorfa tale che  $|f(z)| \leq \arctg |z|$  per ogni  $z \in \mathbb{C}$ . Allora possiamo affermare che

(A)  $f' = 1 + f^2$ , (B)  $\text{Res}(f, 0) = 2\pi i$ , (C)  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(z) = \frac{\pi}{2}$ , (D)  **$f(z) = 0$** .

# Analisi Matematica II e Complementi

Prova scritta n. 2

Ingegneria, a.a. 2009-2010

5 giugno 2010

(spazio riservato al docente)

ammonito

espulso

voto

cognome

nome

matricola

risposte: 

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

codice compito: DBDC ACDA ABBC

1. Il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^2}{x^2 + y^4}$$

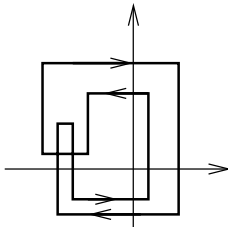
(A) vale  $+\infty$ , (B) non esiste, (C) vale 1, (D) vale 0.

2. La funzione  $f(x, y) = x^2 + y^4$  nel punto  $(0, 0)$

(A) non ha un punto critico, (B) ha un massimo locale, (C) ha un punto sella, (D) ha un minimo locale.

3. Sia  $\gamma$  la curva chiusa rappresentata in figura. Calcolare

$$\int_{\gamma} \frac{-y dx + x dy}{x^2 + y^2}$$



(A) 0, (B)  $\pi$ , (C)  $4\pi$ , (D)  $-2\pi$ .

4. Sapendo che  $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  è olomorfa e la sua parte reale è  $x^2 - y^2$ , quale delle seguenti potrebbe essere la parte immaginaria di  $f$ ?

(A) 0, (B)  $x^2 + y^2$ , (C)  $y$ , (D)  $2xy$ .

5. Calcolare

$$\int_{\gamma} \frac{\sin z}{z} dz$$

dove  $\gamma(t) = e^{it}$ ,  $t \in [0, 2\pi]$ .

(A) 1, (B)  $2\pi i$ , (C)  $\pi$ , (D) 0.

6. La  $\mathcal{L}$ -trasformata di  $e^t + \cos t$  è

(A)  $\frac{1}{s-1} + \frac{s}{s^2+1}$ , (B)  $\frac{1}{s+1} + \frac{1}{s^2+1}$ , (C)  $\frac{1}{s-1} + \frac{1}{s^2+1}$ , (D)  $\frac{1}{s+1} + \frac{s}{s^2+1}$ .

7. Il raggio di convergenza della serie di potenze  $\sum_{k=1}^{\infty} kz^k$  è

(A)  $\sqrt{2}$ , (B)  $+\infty$ , (C) 1, (D) 0.

8. Se  $y(t)$  risolve

$$\begin{cases} y'' + 3y' + 2y = 0 \\ y(0) = 1, y'(0) = -3 \end{cases}$$

allora l'integrale  $\int_0^{+\infty} y(t) dt$  vale

(A) -1, (B)  $+\infty$ , (C) 0, (D)  $\pi$ .

9. Calcolare  $\int_{\gamma} \bar{z} dz$  con  $\gamma(t) = e^{it}$ ,  $t \in [0, 2\pi]$ .

(A) -1, (B)  $2\pi i$ , (C)  $i$ , (D)  $\sqrt{2}$ .

10. Sia  $D \subset \mathbb{R}^2$  un dominio regolare e sia  $f: D \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione regolare, positiva. Il volume dell'insieme

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x, y) \in D, |z| \leq f(x, y)\}$$

è dato da

(A)  $\int_{\partial^+ D} f_x dx + f_y dy$ , (B)  $\frac{1}{2} \iint_D f^2(x, y) dx dy$ , (C)  $\int_{\partial^+ D} f_y dx - f_x dy$ , (D)  $2 \iint_D f(x, y) dx dy$ .

11. Sia  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2\}$  e sia  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione differenziabile tale che

$$\inf_{(x,y) \in D} f(x, y) = f(1, 1).$$

Allora tra le seguenti possibilità il vettore  $\nabla f(1, 1)$  potrebbe essere

(A)  $(-1, 1)$ , (B)  $(1, -1)$ , (C)  $(1, 1)$ , (D)  $(-1, -1)$ .

12. Sia  $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  una funzione olomorfa tale che  $|f(z)| \leq \arctg |z|$  per ogni  $z \in \mathbb{C}$ . Allora possiamo affermare che

(A)  $f(z) = 0$ , (B)  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(z) = \frac{\pi}{2}$ , (C)  $\text{Res}(f, 0) = 2\pi i$ , (D)  $f' = 1 + f^2$ .

# Analisi Matematica II e Complementi

Prova scritta n. 2

Ingegneria, a.a. 2009-2010

5 giugno 2010

(spazio riservato al docente)

ammonito

espulso

voto

cognome

nome

matricola

risposte: 

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----

codice compito: **ADBA DBDC CBAC**

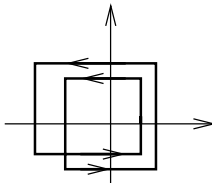
1. Il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^2}{x^2 + y^2}$$

(A) non esiste, (B) vale 0, (C) vale  $+\infty$ , (D) vale 1.

2. La funzione  $f(x, y) = (x + y)(x - y - 1)$  nel punto  $(0, 0)$  (A) ha un massimo locale, (B) non ha un punto critico, (C) ha un punto sella, (D) ha un minimo locale.

3. Sia  $\gamma$  la curva chiusa rappresentata in figura. Calcolare  $\int_{\gamma} \frac{-y dx + x dy}{x^2 + y^2}$ .



(A)  $-2\pi$ , (B)  $\pi$ , (C)  $4\pi$ , (D) 0.

4. Sapendo che  $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  è olomorfa e la sua parte reale è  $x^2 - y^2$ , quale delle seguenti potrebbe essere la parte immaginaria di  $f$ ?

(A) 0, (B)  $x^2 + y^2$ , (C)  $y$ , (D)  $2xy$ .

5. Calcolare

$$\int_{\gamma} \frac{e^z}{z} dz$$

dove  $\gamma(t) = e^{it}$ ,  $t \in [0, 2\pi]$ .

(A) 1, (B)  $2\pi i$ , (C) 0, (D)  $\pi$ .

6. La  $\mathcal{L}$ -trasformata di  $e^t + \sin t$  è

(A)  $\frac{1}{s+1} + \frac{s}{s^2+1}$ , (B)  $\frac{1}{s-1} + \frac{s}{s^2+1}$ , (C)  $\frac{1}{s-1} + \frac{1}{s^2+1}$ , (D)  $\frac{1}{s+1} + \frac{1}{s^2+1}$ .

7. Il raggio di convergenza della serie di potenze  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{z^k}{k}$  è

(A) 1, (B)  $+\infty$ , (C) 0, (D)  $\sqrt{2}$ .

8. Se  $y(t)$  risolve

$$\begin{cases} y'' + 2y' + y = 0 \\ y(0) = 1, y'(0) = -2 \end{cases}$$

allora l'integrale  $\int_0^{+\infty} y(t) dt$  vale

(A)  $\pi$ , (B)  $-1$ , (C) 0, (D)  $+\infty$ .

9. Calcolare  $\int_{\gamma} \bar{z} dz$  con  $\gamma(t) = e^{it}$ ,  $t \in [0, 2\pi]$ .

(A)  $i$ , (B)  $2\pi i$ , (C)  $\sqrt{2}$ , (D)  $-1$ .

10. Sia  $D \subset \mathbb{R}^2$  un dominio regolare e sia  $f: D \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione regolare, positiva. Il volume dell'insieme

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x, y) \in D, |z| \leq f(x, y)\}$$

è dato da

(A)  $2 \iint_D f(x, y) dx dy$ , (B)  $\int_{\partial^+ D} f_x dx + f_y dy$ , (C)  $\int_{\partial^+ D} f_y dx - f_x dy$ , (D)  $\frac{1}{2} \iint_D f^2(x, y) dx dy$ .

11. Sia  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2\}$  e sia  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione differenziabile tale che

$$\sup_{(x,y) \in D} f(x, y) = f(1, 1).$$

Allora tra le seguenti possibilità il vettore  $\nabla f(1, 1)$  potrebbe essere

(A)  $(-1, -1)$ , (B)  $(-1, 1)$ , (C)  $(1, -1)$ , (D)  $(1, 1)$ .

12. Sia  $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  una funzione olomorfa tale che  $|f(z)| \leq \arctg |z|$  per ogni  $z \in \mathbb{C}$ . Allora possiamo affermare che

(A)  $\text{Res}(f, 0) = 2\pi i$ , (B)  $f' = 1 + f^2$ , (C)  $f(z) = 0$ , (D)  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(z) = \frac{\pi}{2}$ .

# Analisi Matematica II e Complementi

Prova scritta n. 2

Ingegneria, a.a. 2009-2010

5 giugno 2010

(spazio riservato al docente)

ammonito

espulso

voto

cognome

nome

matricola

risposte: 

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----

codice compito: CABA DDCD CBAB

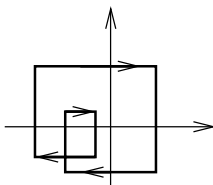
1. Il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y^3}{x^2 + y^2}$$

(A) vale 1, (B) non esiste, (C) vale 0, (D) vale  $+\infty$ .

2. La funzione  $f(x, y) = (x + y)(x - y^2)$  nel punto  $(0, 0)$   
(A) non ha un punto critico, (B) ha un punto sella, (C) ha un minimo locale, (D) ha un massimo locale.

3. Sia  $\gamma$  la curva chiusa rappresentata in figura. Calcolare  $\int_{\gamma} \frac{-y dx + x dy}{x^2 + y^2}$ .



(A)  $4\pi$ , (B) 0, (C)  $-2\pi$ , (D)  $\pi$ .

4. Sapendo che  $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  è olomorfa e la sua parte reale è  $x^2 - y^2$ , quale delle seguenti potrebbe essere la parte immaginaria di  $f$ ?

(A)  $x^2 + y^2$ , (B)  $y$ , (C)  $2xy$ , (D) 0.

5. Calcolare

$$\int_{\gamma} \frac{\cos z}{z} dz$$

dove  $\gamma(t) = e^{it}$ ,  $t \in [0, 2\pi]$ .

(A)  $\pi$ , (B)  $2\pi i$ , (C) 0, (D) 1.

6. La  $\mathcal{L}$ -trasformata di  $e^{-t} + \cos t$  è

(A)  $\frac{1}{s+1} + \frac{1}{s^2+1}$ , (B)  $\frac{1}{s-1} + \frac{s}{s^2+1}$ , (C)  $\frac{1}{s-1} + \frac{1}{s^2+1}$ , (D)  $\frac{1}{s+1} + \frac{s}{s^2+1}$ .

7. Il raggio di convergenza della serie di potenze  $\sum_{k=1}^{\infty} kz^k$  è

(A) 1, (B)  $+\infty$ , (C) 0, (D)  $\sqrt{2}$ .

8. Se  $y(t)$  risolve

$$\begin{cases} y'' + 3y' + 2y = 0 \\ y(0) = 1, y'(0) = -3 \end{cases}$$

allora l'integrale  $\int_0^{+\infty} y(t) dt$  vale

(A)  $+\infty$ , (B) 0, (C)  $-1$ , (D)  $\pi$ .

9. Calcolare  $\int_{\gamma} \bar{z} dz$  con  $\gamma(t) = e^{it}$ ,  $t \in [0, 2\pi]$ .

(A)  $-1$ , (B)  $2\pi i$ , (C)  $i$ , (D)  $\sqrt{2}$ .

10. Sia  $D \subset \mathbb{R}^2$  un dominio regolare e sia  $f: D \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione regolare, positiva. Il volume dell'insieme

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x, y) \in D, |z| \leq f(x, y)\}$$

è dato da

(A)  $\frac{1}{2} \iint_D f^2(x, y) dx dy$ , (B)  $\int_{\partial^+ D} f_y dx - f_x dy$ ,  
(C)  $2 \iint_D f(x, y) dx dy$ , (D)  $\int_{\partial^+ D} f_x dx + f_y dy$ .

11. Sia  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2\}$  e sia  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione differenziabile tale che

$$\inf_{(x,y) \in D} f(x, y) = f(1, 1).$$

Allora tra le seguenti possibilità il vettore  $\nabla f(1, 1)$  potrebbe essere

(A)  $(1, 1)$ , (B)  $(-1, 1)$ , (C)  $(-1, -1)$ , (D)  $(1, -1)$ .

12. Sia  $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  una funzione olomorfa tale che  $|f(z)| \leq \arctg |z|$  per ogni  $z \in \mathbb{C}$ . Allora possiamo affermare che

(A)  $\text{Res}(f, 0) = 2\pi i$ , (B)  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(z) = \frac{\pi}{2}$ , (C)  $f' = 1 + f^2$ ,  
(D)  $f(z) = 0$ .