

Asintoti

17 febbraio 2003

1. Trovare un esempio di funzione $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile tale che

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$$

ma non

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 0.$$

2. Trovare un esempio di funzione $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile e tale che

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$$

ma non esiste $l \in \mathbf{R}$ tale che

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = l.$$

3. Dimostrare il seguente risultato. Se $f: [x_0, \infty[\rightarrow \mathbf{R}$ è una funzione derivabile tale che

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = l$$

per qualche $l \in \mathbf{R}$ e se

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = m$$

allora $m = 0$.

4. Dimostrare che se $f: [x_0, \infty[\rightarrow \mathbf{R}$ è una funzione convessa (o concava) e se

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = m$$

con $m \in \mathbf{R}$ allora f ha un asintoto obliquo di coefficiente angolare m e inoltre il grafico della funzione non interseca mai l'asintoto.