

# Analisi Matematica I modulo

## Prova scritta n. 1

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2002-2003

13 gennaio 2003

1. (a) Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n - \sqrt{1 + n^2}.$$

- (b) Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin(\pi\sqrt{1 + n^2}).$$

2. Si consideri la funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = e^x - x^2 + x$ .

- (a) Studiare la convessità e la monotonia di  $f$ .  
(b) Mostrare che per ogni  $y \in \mathbb{R}$  l'equazione

$$f(x) = y$$

ha una e una sola soluzione  $x \in \mathbb{R}$ .

- (c) Verificare che  $|f(x_1) - f(x_2)| \geq |x_1 - x_2|$  per ogni  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ .