

# Analisi Matematica Due

## Prova scritta n. 4

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2001-2002

11 luglio 2002

1. Sia  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+|y|} & \text{se } (x, y) \neq 0 \\ 0 & \text{se } (x, y) = 0. \end{cases}$$

Dire se  $f$  è continua e se è differenziabile nel punto  $(0, 0)$ .

2. Si consideri la funzione  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x, y) = y \cos x - \arctan y.$$

(a) Studiare i punti critici di  $f$ .

(b) Posto  $D = \mathbb{R} \times [-1, 1]$  determinare l'insieme  $f(D)$ .

3. Determinare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y' = 2xy - 4xy^2.$$

4. Calcolare l'area del sottoinsieme di  $\mathbb{R}^2$  delimitato dalle parabole di equazioni  $x = y^2$ ,  $x = 3y^2$  e dalle iperboli di equazioni  $xy = 1$ ,  $xy = 4$ .