

Secondo homework di istituzioni di matematica

CORSO DI LAUREA IN SCIENZE AMBIENTALI

Nome _____ Cognome _____

Data restituzione: Lunedì 27 marzo 2006

Esercizio 1. Dire se i limiti seguenti esistono.

(a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (2,0)} \frac{\text{sen } xy}{y}$

(b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} \frac{(x-1)^4 + (y^2 - 4y + 4)^2}{2x - y}$

(c) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\text{tg}(xy)}{x^2 + y^2}$

Esercizio 2. Trovare, in tutti i punti in cui esiste, il vettore gradiente delle seguenti funzioni:

(a) $z = x^2 + y^2 \operatorname{sen}(xy)$ (b) $z = xy^2 - x^2y$ (c) $z = e^x \cos y$

(d) $z = \frac{xy}{x^2 + y^2}$ (e) $z = \ln(1 + xy) - 2xy$ (f) $z = \frac{x + e^y}{y - e^x}$

Esercizio 3. Calcolare le derivate direzionali, nei punti e secondo le direzioni indicate, delle funzioni seguenti:

(a) $f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + 3z^2$ in $(1, 1, 0)$ nella direzione $(1, -1, 2)$.

(b) $f(x, y, z) = xy^2e^z$ in $(1, -1, 0)$ nella direzione $(2, 1, -1)$.

Esercizio 4. Si trovino eventuali punti di massimo e minimo locale per le seguenti funzioni:

(a) $z = x - x^2 - y^2$

(b) $z = xy(x - 1)$

(c) $z = x(x + y)e^{y-x}$

(d) $z = \cos(x + y)$

(e) $z = x(y + 1) - x^2y$

(f) $z = (x^2 + y^2)e^{x^2+y^2}$

Esercizio 5. Per ciascuna delle funzioni seguenti, si calcoli gli eventuali punti di massimo e minimo locali, lungo la curva assegnata.

(a) $f(x, y) = 2x^2 + y^2$ lungo la curva $f(\theta) = (\cos \theta, \sin \theta)$, con $\theta \in [0, 2\pi]$.

(b) $f(x, y) = e^x - e^y$ lungo la curva $f(t) = (2t + 1, 1 - t^2)$, con $t \in \mathbb{R}$.

(c) $f(x, y) = x^2 + 3xy - y$ lungo la curva $f(t) = (t, 2t^2)$, con $t \in \mathbb{R}$.