

Zer0 misconcetti

Irene Punturo, Lara Reale,
Alessio Rovai, Fabio Zulli

SSIS Toscana, IX ciclo, indirizzo FIM

Avvertenze ai naviganti

In questo lavoro intendiamo presentare una possibile raccolta di domande da porgere agli studenti le quali possano fornire spunto di riflessione sui misconcetti legati allo zero.

Dal momento che è difficilmente attuabile una unità didattica interamente ed esclusivamente dedicata allo zero nelle scuole medie superiori, le domande proposte in questo lavoro sono pensate per essere via via introdotte in test dedicati ad altre unità didattiche “più convenzionali” o insieme in test dedicati alla conoscenza di classi del triennio.

Prima di tutto

Queste domande possono essere proposte in un test iniziale agli studenti provenienti dalle medie inferiori.

1. Spiega a parole tue cosa pensi che siano i numeri naturali.
2. Secondo quello che hai detto, come definiresti il numero zero?
3. È vero che 1001 metri sono 1 kilometro e 1 metro?
4. Metti in ordine crescente i numeri: $3,01$; $3,\bar{9}$; $3,100$; $3,1$; $3,9$; $3,\overline{01}$.

- Queste domande aperte servono per sapere come i ragazzi inquadrano lo 0.
- La successione delle domande è utile per far indugiare sulla prima domanda quei ragazzi che avessero frettolosamente risposto “Per me i naturali sono 1, 2, eccetera”.
- Seguono domande sul ruolo dello 0 nella rappresentazione dei numeri (che poi sono praticamente solo i razionali) in base decimale. Non sono viene censurato chi (motivatamente) afferma che $3,1$ è diverso da $3,10$.

Segue prima di tutto

1. Cerchia quelle tra le scritture seguenti che secondo te indicano un numero equivalente a 3,10.

(a) 3,1

(b) 3,01

(c) 3,100

(d) 31,0

Come mai?

2. Cerchia quelle tra le scritture seguenti che secondo te indicano un numero equivalente a 23,01.

(a) 23,1

(b) 23,010

(c) 23,10

(d) 23,100

Come mai?



Dopo un po' di zeri

Queste domande possono essere proposte al primo anno, immediatamente o quando si presentano le frazioni e/o i numeri razionali.

1. Secondo te, $\frac{3}{0}$ è un numero? Se sì quanto vale?
2. Secondo te, $\frac{0}{2}$ è un numero? Se sì quanto vale?
3. Secondo te, $\frac{10}{1}$ è un numero? Se sì rappresentalo in base dieci.
4. Secondo te, $\frac{12}{12}$ è un numero? Se sì rappresentalo in base dieci.
5. Secondo te, $\frac{0}{0}$ è un numero? Se sì rappresentalo in base dieci.

- Il senso della prima, seconda e ultima domanda è evidente.
- La terza per vedere quanti semplificano la cifra 1 lasciando lo 0.
- La quarta domanda, sulla scorta della precedente, potrebbe indurre qualche studente a semplificare fino a concludere che $\frac{12}{12} = 0$.

Letteralmente

Sul calcolo letterale si possono proporre domande come queste.

1. Indica quali tra le scritture seguenti sono equivalenti a $x + y = 0$.

(a) $x + y$

(b) $0 = x + y$

(c) $x = -y$

(d) $x + y =$

2. Completa la frase: “Se $F = ma$ e m è trascurabile, allora $F = \dots$ ”

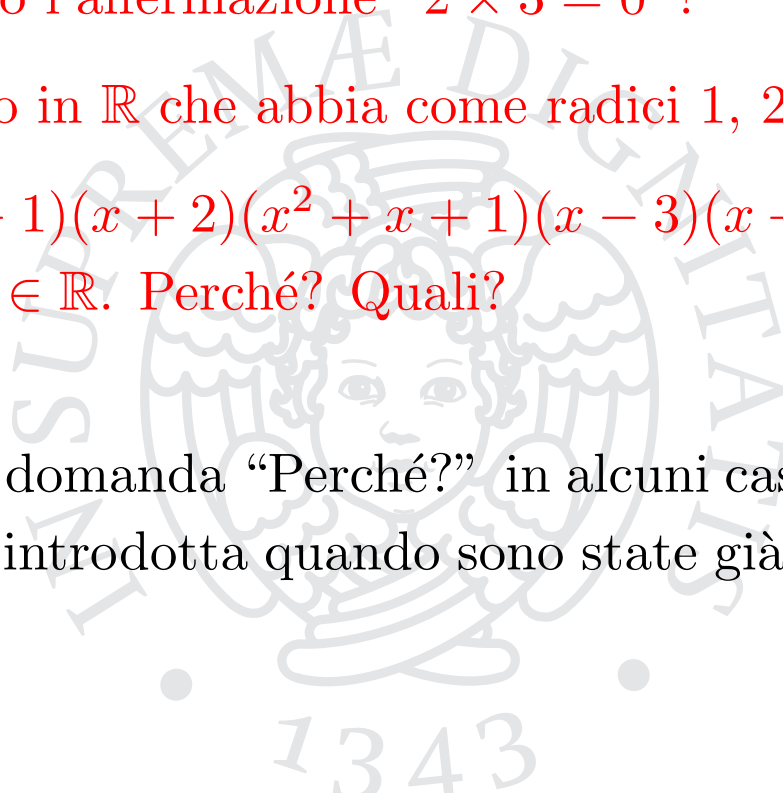
3. “Se dunque l’equazione $x^2 + 1 = 0$ non ha soluzioni reali, significa che $x = 0$.”
Cosa pensi di quest’affermazione?

- Nella prima domanda il segno $=$ manterrà il suo senso in presenza dello 0?
- La familiarità con la parola trascurabile tra gli studenti può essere veicolata dallo studio della Fisica. Nella seconda domanda potrebbero aversi risposte del tipo $F = a$.

Zero congruenza

Queste domande possono essere introdotte quando si affrontano le prime nozioni d'algebra, i polinomi, la legge d'annullamento del prodotto e/o le congruenze.

1. Cosa pensi riguardo l'affermazione “ $2 \times 3 = 0$ ”?
 2. Scrivi un polinomio in \mathbb{R} che abbia come radici 1, 2, e 0.
 3. L'uguaglianza $(x - 1)(x + 2)(x^2 + x + 1)(x - 3)(x + 3) = 0$ è verificata per quattro valori di $x \in \mathbb{R}$. Perché? Quali?
- Nel terzo punto, la domanda “Perché?” in alcuni casi può essere tralasciata. Ha infatti senso se introdotta quando sono state già discusse le equazioni di secondo grado.



La potenza dello zero¹

Domande per un test sulle potenze o sull'esponenziale.

1. Secondo te la scrittura 3^2 rappresenta un numero? Se sì, quale? Perché?
 2. Secondo te la scrittura 3^0 rappresenta un numero? Se sì, quale? Perché?
 3. Secondo te la scrittura 0^3 rappresenta un numero? Se sì, quale? Perché?
 4. Secondo te la scrittura 0^{-3} rappresenta un numero? Se sì, quale? Perché?
- Si è preferita la dicitura “la scrittura 3^2 rappresenta un numero”, anche se un po’ “bizantina”, ad esempio ad altre come “ 3^2 è un numero”, perché quest’ultima potrebbe causare ulteriori dubbi o fraintendimenti: “sono due numeri”, “è un’operazione”, e altre simili.
- L’intenzione è quindi quella di circoscrivere le possibili risposte.
- La prima domanda (che ovviamente non riguarda lo zero) è stata introdotta per chiarire che l’uso della locuzione non è ristretta a “numeri particolari”.

La potenza dello zero²

Altre domande per un test sulle potenze o sull'esponenziale.

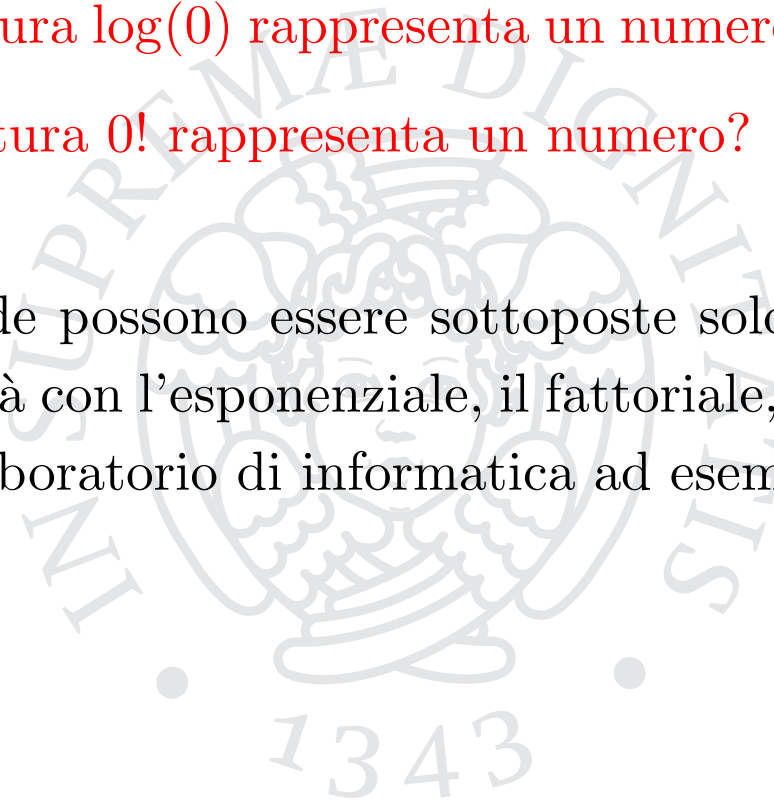
1. Secondo te la scrittura $0^{\frac{1}{2}}$ rappresenta un numero? Se sì, quale? Perché?
2. Secondo te la scrittura $\sqrt{0}$ rappresenta un numero? Se sì, quale? Perché?
3. Secondo te la scrittura 0^0 rappresenta un numero? Se sì, quale? Perché?

- La problematicità delle tre domande precedenti e di quelle presentate qui appare chiara agli insegnanti, potrebbe non essere così per gli studenti.
- Le prime due domande presentate qui hanno lo spirito di verificare se la variazione di scrittura è ben presente, anche quando è lo 0 l'argomento della funzione.
- La terza domanda non è banale, nemmeno per il docente. Come ragionano i ragazzi? Privilegiano la base? L'esponente? Si accorgono dei problemi di definizione?

La potenza dello zero³

Ancora domande per un test sulle potenze o sull'esponenziale.

1. Secondo te la scrittura $\exp(0)$ rappresenta un numero? Se sì, quale? Perché?
 2. Secondo te la scrittura $\log(0)$ rappresenta un numero? Se sì, quale? Perché?
 3. Secondo te la scrittura $0!$ rappresenta un numero? Se sì, quale? Perché?
- Queste tre domande possono essere sottoposte solo a quelle classi che abbiano già familiarità con l'esponenziale, il fattoriale, il logaritmo (attraverso il calcolatori o il laboratorio di informatica ad esempio).



Flatlandia

Qualche domanda anche per test sulla geometria.

1. Cerchia tra le affermazioni seguenti quella che può completare la frase del Professor Rovai: “A proposito del punto si può dire che...”
 - (a) è un cerchio
 - (b) è una sfera
 - (c) ha dimensioni nulle
 - (d) non ha dimensioni
2. Il Professor Rovai dice: “Lo spessore della retta è zero”. Ha ragione? Perché secondo te?
 - Il Professor Rovai avrà ragione in entrambe le domande? Le sbaglierà tutte?

