COMPITO B

1) Ordino i dati

10 12 12 12 13 13 13 13 14 14 14 14 14 15 20 21

a) Numerosità del campione 16

b) Modalità presenti: 7

c) Tabella

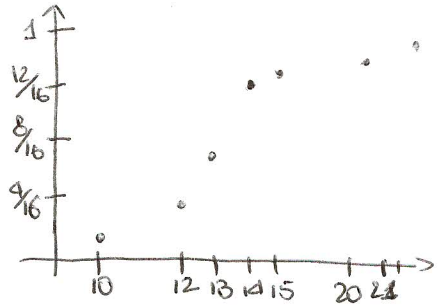
Modalità	f	f_r	f^c	f_r^c
10	1	$1/16$	1	$1/16$
12	3	$3/16$	4	$4/16$
13	4	$4/16$	8	$8/16$
14	5	$5/16$	13	$13/16$
15	1	$1/16$	14	$14/16$
20	1	$1/16$	15	$15/16$
21	1	$1/16$	16	$16/16$

Media $\sum_{i=1}^{7} \underbrace{x_i}_{\text{modalità}} f_i^r = \frac{10+3\cdot 12+4\cdot 13+5\cdot 14+15+20+21}{16} =$

$= 14$

Moda: è il dato con frequenza maggiore, quindi 14

Mediana: il campione ha numerosità pari quindi è il dato in posizione $\frac{n}{2}+1$ cioè $\frac{16}{2}+1 = 8+1 = 9$ e quindi 14.

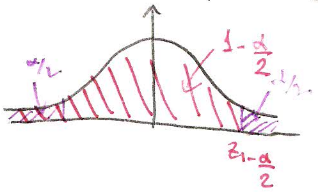


2) È un test sulla media con $n = 25$, $\sigma^2 = 16\,g^2$, $\bar{x} = 30{,}4$, $\alpha = 0{,}05$ e

$H_0)\ m = 32 \quad H_1)\ m \neq 32$

La regione critica è della forma $\left\{ \frac{|\bar{X}-32|}{\sqrt{\sigma^2/n}} > z_{1-\frac{\alpha}{2}} \right\}$.

Poiché $\alpha = 0{,}05$ $\quad \frac{\alpha}{2} = 0{,}025 \quad 1-\frac{\alpha}{2} = 0{,}975$



Allora $z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1{,}96$ (cioè l'area sotto la curva a sx di 1,96 è pari a $1-\frac{\alpha}{2} = 0{,}975$

Mettiamo i dati $\frac{|30{,}4-32|}{\sqrt{\frac{16}{25}}} = \frac{|-1{,}6|}{\frac{4}{5}} = \frac{1{,}6\cdot 5}{4} = 2$

Poiché $2 > 1{,}96$, sono nella regione critica quindi <u>rifiuto</u> l'ipotesi

3) Primo modo: Indichiamo con X_1 X_2 e X_3 le tre estrazioni

$$X_i \begin{cases} 1 & \text{gialla} \\ 0 & \text{rossa} \end{cases} \qquad P(X_i=1)=\frac{6}{10}=\frac{3}{5} \quad P(X_i=0)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$$

La variabile aleatoria

$S = X_1+X_2+X_3$ conta le palline gialle dopo 3 estrazioni. Poiché rimetto le palline estratte, le X_i sono indipendenti. Allora S è una binomiale $\mathcal{B}(3, 3/5)$.

$$P(S=2)=\binom{3}{2}\left(\frac{3}{5}\right)^2\left(\frac{2}{5}\right)=3\cdot\frac{9\cdot 2}{5^3}=\frac{54}{5^3}$$

Secondo modo: Lo spazio delle terne ($(G,R,G) \leftarrow$ esempio) che rappresentano l'esito delle tre estrazioni è uno spazio equiprobabile.
Dire esattamente 2 gialle è come dire esattamente una rossa
Detto $A = \{$estraggo esattamente una rossa$\}$, si ha

$$P(A)=\frac{\#A}{\#\Omega}.$$

Vediamo $\#\Omega$: in ognuno dei tre posti ho 10 possibili palline da mettere $(\underset{10}{\uparrow}, \underset{10}{\uparrow}, \underset{10}{\uparrow})$ SCELTE. Le terne che ci interessano sono (R,G,G), (G,R,G) (G,G,R). Quante sono queste terne considerando che ho 4 R e 6 G?

$$(\underset{4}{R}, \underset{6}{G}, \underset{6}{G}) + (\underset{6}{G}, \underset{4}{R}, \underset{6}{G}) + (\underset{6}{G}, \underset{6}{G}, \underset{4}{R})$$

SCELTE SC. SCEL.

Allora $\#A = 4\cdot6\cdot6+6\cdot4\cdot6+6\cdot6\cdot4 = \cancel{3\cdot 2^3(2\cdot 9)}\; 3\cdot(4\cdot6\cdot6)=3\cdot2^3(2\cdot3\cdot3)$
e quindi

$$P(A)=\frac{3\cdot2^3(2\cdot9)}{10^3}=\frac{6\cdot9}{5^3}=\frac{54}{5^3}$$