

LINGUAGGIO, INSIEMI E LOGICA

Nome e cognome: _____

Data: _____

	Dopo il confronto nel gruppo	Finale
<p>1. Cos'è un 'insieme'?</p>		
<p>2. E' vero o falso?</p> <p>a) $\{1,2,3,4\} = \{1,4,3,2\}$ vero falso</p> <p>b) $\{3,3,5,7\} = \{3,5,7\}$ vero falso</p> <p>c) $\{7,2,3,5,4\} = \{5,3,2,7,4\}$ vero falso</p> <p>d) $\{5,2,3,1\} = \{5,2,3,2,1\}$ vero falso</p>		
<p>3. Ha senso parlare dell'<i>insieme</i> costituito dalla torre di Pisa, dal numero 5, e da tutte le persone residenti a Livorno?</p> <p><input type="checkbox"/> Sì</p> <p><input type="checkbox"/> No</p> <p><input type="checkbox"/> Non so</p> <p>Perché?</p>		

<p>4. Sia A l'insieme dei bambini della classe che indossano una maglietta rossa. Sia B l'insieme dei bambini della classe che indossano una maglietta bianca. Descrivere i seguenti insiemi:</p> <p>$A \cup B =$</p> <p>$A \cap B =$</p>		

5. Considera i seguenti sottoinsiemi di N (N è l'insieme dei numeri *naturali*, cioè interi positivi):
 A: l'insieme dei numeri naturali minori di 8
 B: l'insieme dei naturali dispari.
 Individua:
 a] $A \cup B =$
 B] $A \cap B =$
 C] $A - B =$
 D] $CB =$
 E] $C(A \cap B) =$
 f] $CA \cap B =$

6. Sia $A = \{1,2,4,7\}$; $B = \{2,3,5\}$

$A \times B =$

$B \times A =$

7. Cosa significa che l'operazione \cap (intersezione) gode della proprietà distributiva rispetto all'operazione \cup (unione)? Se rispondi ALTRO, specifica la tua risposta.

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$$

ALTRO:

8. Sia A un insieme qualsiasi. P una proprietà che abbia senso in A . Sapendo che è falso che: "tutti gli elementi di A hanno la proprietà P ", cosa puoi concludere?

nessun elemento di A ha la proprietà P

qualche elemento di A ha la proprietà P

qualche elemento di A non ha la proprietà P .

ALTRO:

<p>9. Nell'insieme \mathbb{N} dei numeri naturali considera la proprietà: $P(x) : x + 3 > 20$</p> <p>a] E' vero o falso che $\forall x \in \mathbb{N} P(x)$? vero <input type="checkbox"/> falso <input type="checkbox"/></p> <p>b] E' vero o falso che $\exists x \in \mathbb{N} P(x)$? vero <input type="checkbox"/> falso <input type="checkbox"/></p> <p>c] Determinare (se possibile) un sottinsieme A di \mathbb{N} in cui risulti vera: $\forall x \in A P(x)$ $A =$</p> <p>d] Determinare (se possibile) un sottinsieme B di \mathbb{N} in cui risulti falsa: $\exists x \in B P(x)$ $B =$</p>		
<p>10. Sia A l'insieme costituito dalle parole: "foglio", "penna", "parola", "mare", "matita". B l'insieme costituito dalle lettere: "A", "O", "N", "R". Considera la seguente relazione fra gli elementi di A e gli elementi di B: $xRy \Leftrightarrow$ <i>la parola x contiene la lettera y</i></p> <p>a] Cosa significa che: $\exists x \in A : \forall y \in B xRy$?</p> <p>b] Cosa significa che: $\forall y \in B \exists x \in A : xRy$?</p> <p>c] Cosa significa che: $\exists x \in A \exists y \in B : xRy$?</p> <p>d] Cosa significa che: $\forall x \in A \exists y \in B : xRy$?</p>		

11. **A:** l'insieme delle parole della lingua italiana ; **B** = { 1, 2, 3, 4 }
Sia R la seguente relazione fra A e B: $xRy \Leftrightarrow$ la parola x ha y sillabe.

a) E' vero o falso che: $\forall x \in A \forall y \in B: xRy$?

vero falso

b) E' vero o falso che: $\forall x \in A \exists y \in B: xRy$?

vero falso

c) E' vero o falso che: $\forall y \in B \exists x \in A: xRy$?

vero falso

d) E' vero o falso che: $\exists y \in B \forall x \in A: xRy$?

vero falso

12. **A:** l'insieme degli autori (vivi o morti) di romanzi ; **B:** l'insieme dei romanzi.
Sia R la seguente relazione fra A e B: $xRy \Leftrightarrow$ l'autore x ha scritto il romanzo y
Scrivi in simboli le seguenti proposizioni, e riconosci se sono vere:

a) C'e' almeno un autore che ha scritto tutti i romanzi.

b) C'e' un romanzo che e' stato scritto da tutti gli autori.

c) Ogni romanzo e' stato scritto da almeno un autore.

d) Ogni autore ha scritto almeno un romanzo.

13. Riconosci se è vero:

a) x è numero pari $\Rightarrow x$ è divisibile per 4

vero falso

b) x è minore di 100 $\Rightarrow x$ è minore di 200

vero falso

c) x è un numero intero $\Rightarrow x^2$ è un numero intero

vero falso

d) x è negativo $\Rightarrow -x$ è positivo

vero falso

e) x è un numero pari $\Rightarrow x$ non è primo

vero falso

f) x non è pari $\Rightarrow x$ non è divisibile per 6

vero falso

Per ognuna delle implicazioni date, rispondi: è vera l'implicazione inversa?

a) sì no **b)** sì no

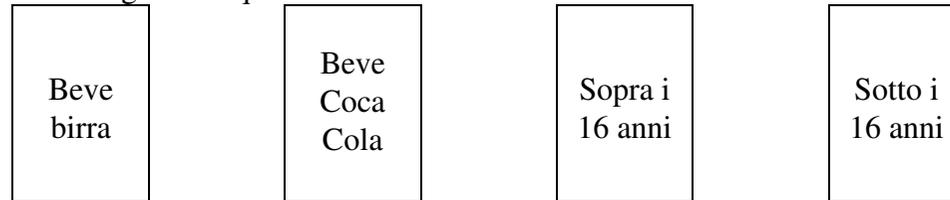
c) sì no **d)** sì no

e) sì no **f)** sì no

14. In uno stato americano vige la regola: **“se una persona beve birra, deve avere più di 16 anni”**.

Le 4 carte di seguito rappresentano la situazione di 4 diverse persone: da un lato c'è l'età della persona da controllare (sotto / sopra i 16 anni), dall'altro il tipo di bibita consumata al bar.

Le 4 carte sono girate in questo modo:

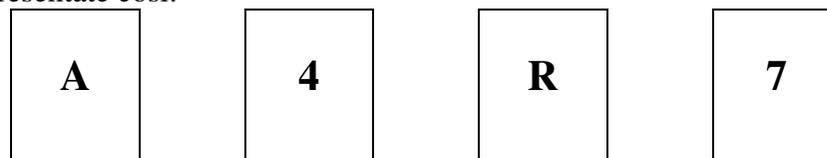


Quali carte gireresti per controllare che sia rispettata la regola?

- quella con 'Beve birra'
- quella con 'Beve Coca Cola'
- quella con 'Sopra i 16 anni'
- quella con 'Sotto i 16 anni'

15. Ci sono 4 carte: in ogni carta da una parte c'è un numero, dall'altra una lettera.

Le carte sono presentate così:



Dobbiamo verificare se per queste 4 carte è vera la regola: **“se c'è una vocale da una parte, allora dall'altra c'è un numero pari”**.

Quali carte gireresti per controllare se questa regola è vera?

- quella con la A
- quella con la R
- quella con il 4
- quella con il 7

<p>16. Ti è risultato più facile il quesito 14 o il 15?</p> <p><input type="checkbox"/> il 14</p> <p><input type="checkbox"/> il 15</p> <p><input type="checkbox"/> la stessa difficoltà</p> <p><input type="checkbox"/> non so</p> <p>Perché?</p>		
<p>17. Collega con un tratto di penna ciascuna frase di sinistra con la frase o le frasi di destra che hanno significato equivalente:</p> <div style="display: flex; justify-content: space-between; margin-top: 20px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <p>a) Non tutti gli operai della fabbrica sono italiani</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <p>a') Tutti gli operai della fabbrica sono stranieri</p> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between; margin-top: 20px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <p>b) Nessun operaio della fabbrica è italiano</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <p>b') Alcuni operai della fabbrica sono italiani</p> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between; margin-top: 20px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <p>c) Non tutti gli operai della fabbrica non sono italiani</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <p>c') Tutti gli operai della fabbrica sono italiani</p> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between; margin-top: 20px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <p>d') Alcuni operai della fabbrica sono stranieri</p> </div> </div>		

18. Considera il seguente ‘teorema’:

“Un numero di sei cifre con le cifre che si ripetono tre a tre (cioè del tipo abcabc) è divisibile per 13.”

Per **dimostrare** il teorema:

- faresti alcuni esempi (come 536536 o 112112) per controllare: se il teorema funziona per parecchi numeri, allora è dimostrato;
- prenderesti un numero particolare di quel tipo e cercheresti di dimostrare che è divisibile per 13;
- si dovrebbe dimostrare che abcabc è divisibile per 13 in generale, senza scegliere a, b e c. Ma siccome è impossibile dimostrare una proprietà per un numero che non si conosce, si può solo fare qualche esempio per convincersi che il teorema è giusto;
- ALTRO:
- non so

19. Considera la seguente affermazione:

“Tutti i numeri naturali si possono scrivere come somma di due numeri primi.”

E’ vero o falso?

- vero
- falso
- non so

Come lo dimostreresti?

<p>20. Prova a spiegare con parole tue che cos'è un CONTROESEMPIO:</p>		
<p>21. Due studenti discutono. A. sostiene che non è possibile dimostrare niente con un solo esempio B. sostiene che in certi casi un esempio è sufficiente come dimostrazione</p> <p>A chi dai ragione e perché?</p> <p><input type="checkbox"/> ad A., perché ...</p> <p><input type="checkbox"/> a B., perché ...</p> <p><input type="checkbox"/> non so</p>		
<p>22. Per ognuno dei seguenti casi:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ riconosci se l'affermazione fra virgolette è vera o falsa; ■ riconosci se l'esempio fatto di seguito è sufficiente come dimostrazione di tale affermazione; ■ riconosci quando tale esempio ha il ruolo di CONTROESEMPIO. <p>a] "I numeri divisibili per 6 sono numeri pari." vero <input type="checkbox"/> falso <input type="checkbox"/> non so <input type="checkbox"/> "Ad esempio 12 è un numero divisibile per 6 e pari."</p>		

L'esempio è sufficiente come dimostrazione?

sì no non so

L'esempio è un controesempio ?

sì no non so

b] “Non è vero che ogni numero naturale si può scrivere come somma di due numeri primi.”

vero falso non so

“Ad esempio 11 non si può scrivere come somma di due numeri primi.”

L'esempio è sufficiente come dimostrazione?

sì no non so

L'esempio è un controesempio ?

sì no non so

c] “Se un numero è divisibile per 10 allora è pari.”

vero falso non so

“Ad esempio 17 non è divisibile per 10 e non è nemmeno pari.”

L'esempio è sufficiente come dimostrazione?

sì no non so

L'esempio è un controesempio ?

sì no non so

d] “Se un numero è più grande di 10, allora è un quadrato perfetto.”

vero falso non so

“Ad esempio 16 è maggiore di 10 ed è un quadrato perfetto.”

L'esempio è sufficiente come dimostrazione?

sì no non so

L'esempio è un controesempio ?

sì no non so

e] “Se $x, y \in \mathbb{R}$ e $x+y=10$, allora $2x+2y=20$ ”

vero falso non so

“Ad esempio 3 e 7 sono numeri tali che $3+7=10$ e infatti $2 \cdot 3 + 2 \cdot 7 = 20$.”

<p>L'esempio è sufficiente come dimostrazione? sì <input type="checkbox"/> no <input type="checkbox"/> non so <input type="checkbox"/></p> <p>L'esempio è un controesempio ? sì <input type="checkbox"/> no <input type="checkbox"/> non so <input type="checkbox"/></p> <p>f] “Se $x \in \mathbb{R}$ e $x^2 < 25$, allora $x < 5$” vero <input type="checkbox"/> falso <input type="checkbox"/> non so <input type="checkbox"/></p> <p>“Ad esempio 4 è un numero il cui quadrato è minore di 25, ed è minore di 5.” L'esempio è sufficiente come dimostrazione? sì <input type="checkbox"/> no <input type="checkbox"/> non so <input type="checkbox"/></p> <p>L'esempio è un controesempio ? sì <input type="checkbox"/> no <input type="checkbox"/> non so <input type="checkbox"/></p>		
<p>23. Scrivi un'implicazione che non è vera, dimostrando con un controesempio che non è vera.</p>		

24. Per ognuna delle seguenti affermazioni, riconosci se si tratta di un teorema, di una definizione, di una convenzione, o altro.

a) Un numero primo è un numero divisibile solo per se stesso e per 1.

- Teorema
- Definizione
- Convenzione
- Altro (specificare)
- Non so

b) La somma di due numeri dispari è un numero pari.

- Teorema
- Definizione
- Convenzione
- Altro (specificare)
- Non so

c) Nell'espressione $3 \times 5 + 7$ si esegue prima la moltiplicazione e poi l'addizione.

- Teorema
- Definizione
- Convenzione
- Altro (specificare)
- Non so

d) $5^0 = 1$

- Teorema
- Definizione
- Convenzione
- Altro (specificare)
- Non so

<p>e) $(b+c) = ab + ac$</p> <p><input type="checkbox"/> Teorema</p> <p><input type="checkbox"/> Definizione</p> <p><input type="checkbox"/> Convenzione</p> <p><input type="checkbox"/> Altro (specificare)</p> <p><input type="checkbox"/> Non so</p>		
<p>25. Qui di seguito sono riportati due temi sulla matematica svolti da due studenti della scuola superiore:</p> <p>1. <i>“Sin dalle elementari non mi era mai piaciuta, fare calcoli era una noia mortale, ma almeno era facile. Alle medie ho avuto una professoressa che dava una buona dose di lezione, e delle regole da imparare a memoria. Io non ho una memoria di ferro e queste regole erano fondamentali per risolvere gli esercizi. Alle superiori è peggiorato ancora. Nella mia mente i contenuti restavano astratti e non vi trovavo niente che potesse servirmi nella vita quotidiana, tanto che ritenevo inutile imparare a memoria un sacco di concetti e basta, non mi sentivo arricchita studiando la matematica e non cresceva in me la voglia di imparare per conoscere e approfondire una materia così complessa e vasta.”</i> [Marta, 3a superiore]</p> <p>2. <i>Imparare le cose a memoria (a parte qualche formula) non mi è mai piaciuto e questa materia, insieme alla Fisica, mi offrono motivo di ragionamento e di discussione. Essa mi piace perché è una materia dove bisogna ragionare, e se non lo fai diventa difficile e molto faticosa, per non dire impossibile. (...) Questa è una materia dove bisogna prima capire il problema, cosa chiede e dove vuole arrivare.</i> [Danilo, 3a superiore]</p> <p>In quale dei due ti riconosci di più?</p> <p><input type="checkbox"/> Nel primo (quello di Marta)</p> <p><input type="checkbox"/> Nel secondo (quello di Danilo)</p> <p><input type="checkbox"/> In nessuno dei due</p>		

Perché?

26. Commenti:

--	--	--