

Analisi matematica

Prova scritta del 3.6.2013 [1]

1. punti 12

Studiare le principali proprietà e tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = 2 \sin x + \cos 2x, \quad x \in [0, 2\pi].$$

Dal grafico ottenuto dedurre quello della funzione $\log f(x)$.

2. punti 6

Data la curva di equazione $4x^2 + 9y^2 = 36$ trovare su di essa i punti in cui la retta tangente è parallela alla retta che unisce i punti in cui la curva interseca i semiasse positivi delle ascisse e delle ordinate.

3. punti 7

Usando il teorema della media integrale, dare una valutazione inferiore e superiore dell'integrale

$$\int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\sin x}{x} dx.$$

Sugg.: studiare la monotonia della funzione $\sin x / x$ nell'intervallo di integrazione.

4. punti 7

Data la funzione integrale $F(x) = \int_1^x \arctg \frac{t-1}{t} dt, \quad x \geq 1$:

- scriverla in forma esplicita
- trovarne estremo superiore ed inferiore e (se esistono) massimo e minimo.

Analisi matematica

Prova scritta del 3.6.2013 [2]

1. punti 12

Studiare le principali proprietà e tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \cos 2x - 2 \operatorname{sen} x, \quad x \in [0, 2\pi].$$

Dal grafico ottenuto dedurre quello della funzione $1/f(x)$.

2. punti 6

Data la curva di equazione $9x^2 + 4y^2 = 36$ trovare su di essa i punti in cui la retta tangente è parallela alla retta che unisce i punti in cui la curva interseca i semiasse positivi delle ascisse e delle ordinate.

3. punti 7

Usando il teorema della media integrale, dare una valutazione inferiore e superiore dell'integrale

$$\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{\operatorname{sen} x}{x} dx.$$

Sugg.: studiare la monotonia della funzione $\operatorname{sen} x / x$ nell'intervallo di integrazione.

4. punti 7

Data la funzione integrale $F(x) = \int_0^x \operatorname{arctg} \frac{t}{t+1} dt, \quad x \geq 0:$

- scriverla in forma esplicita
- trovarne estremo superiore ed inferiore e (se esistono) massimo e minimo.