

Analisi Matematica

Prova scritta del 19.7.2011

1.

Scrivere in forma esplicita la soluzione del problema

$$y' = y^2 - 2y \quad ; \quad y(0) = 1$$

precisandone il dominio di definizione.

2.

Studiare la funzione $f(x) = \log\left(\sqrt{|x^2 - 1|} - x\right)$.

(Lo studio della derivata seconda NON è richiesto).

3.

Considerare la regione di piano compresa tra la curva di equazione $y^2 = x^2 / (1 - x)$, il suo asintoto verticale e l'asse delle y.

Provare a priori che ammette area finita.

Successivamente calcolare questa area.

4.

Studiare al variare del parametro reale x la convergenza della serie

$$\frac{x}{1 \cdot 2} - \frac{x^3}{3 \cdot 4} + \frac{x^5}{5 \cdot 6} - \frac{x^7}{7 \cdot 8} + \dots$$