

1.

Data la funzione

$$f(x) = \frac{1 - \sin x}{\sqrt{|\cos x|}},$$

studiarne le principali proprietà e tracciarne il grafico.

In particolare, studiare i punti di discontinuità eliminabile (precisando se la funzione prolungata per continuità risulta anche derivabile) e gli intervalli di convessità.

Dal grafico di $f(x)$ dedurre quello di $\log f(x)$.

2.

Dopo aver risolto l'equazione differenziale

$$x^2 y' - (1 + y^2) \log(x^2 - 2x + 2) = 0,$$

imporre la condizione iniziale $y(1) = \sqrt{3}/3$.

3.

Studiare la convergenza della seguente serie al variare del parametro reale x

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+x}{x^n}.$$

4.

Calcolare il limite per $x \rightarrow +\infty$ della funzione

$$x \left(\frac{1}{e} - \left(\frac{x}{x+1} \right)^x \right).$$

Tutte le risposte devono essere motivate

1.

Data la funzione

$$f(x) = \frac{1 + \sin x}{\sqrt{|\cos x|}},$$

studiarne le principali proprietà e tracciarne il grafico.

In particolare, studiare i punti di discontinuità eliminabile (precisando se la funzione prolungata per continuità risulta anche derivabile) e gli intervalli di convessità.

Dal grafico di $f(x)$ dedurre quello di $\log f(x)$.

2.

Dopo aver risolto l'equazione differenziale

$$x^2 y' + \sqrt{1-y^2} \log(x^2 - 3x) = 0,$$

imporre la condizione iniziale $y(4) = 0$.

3.

Studiare la convergenza della seguente serie al variare del parametro reale x

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+n|x|}{1+n^2|x|} x^n.$$

4.

Calcolare il limite per $x \rightarrow +\infty$ della funzione

$$x \left(e - \left(\frac{x+1}{x} \right)^x \right).$$

Tutte le risposte devono essere motivate

1.

Data la funzione

$$f(x) = \frac{1 - \cos x}{\sqrt{|\sin x|}},$$

studiarne le principali proprietà e tracciarne il grafico.

In particolare, studiare i punti di discontinuità eliminabile (precisando se la funzione prolungata per continuità risulta anche derivabile) e gli intervalli di convessità.

Dal grafico di $f(x)$ dedurre quello di $\log f(x)$.

2.

Dopo aver risolto l'equazione differenziale

$$x^2 y y' + (5 - y^2) \log(x^2 - 3x) = 0,$$

imporre la condizione iniziale $y(4) = 1$.

3.

Studiare la convergenza della seguente serie al variare del parametro reale x

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n+x)\pi}{n^{-x}} x^n.$$

4.

Calcolare il limite per $x \rightarrow 0$ della funzione

$$\frac{e - (1+x)^{1/x}}{x}.$$

Tutte le risposte devono essere motivate