

1. punti 9

Studiare le principali proprietà della funzione

$$f(x) = \log \left( \left| x^2 - 1 \right| - x + 2 \right)$$

(compresa la derivata seconda) e tracciarne il grafico.  
Precisare eventuali punti di non derivabilità.

2. punti 7

Calcolare il limite per  $x \rightarrow 3^-$  della seguente funzione usando la formula di Taylor

$$\frac{\log(4-x) - e^{3-x} + 1}{\frac{\pi}{3} \sin(3-x) - \sin \frac{\pi x}{3}}$$

3. punti 8

Dato l'integrale

$$\int_0^2 \operatorname{arctg} \frac{x+1}{x-1} dx$$

spiegare perché esiste finito e successivamente calcolarne il valore.

4. punti 9

Data l'equazione differenziale

$$y''(x) + 2y'(x) + ky(x) = 0,$$

risolverla al variare del parametro  $k > 0$ .

Successivamente trovare per quali valori di  $k$  esistono soluzioni non nulle che soddisfano le condizioni  $y(0) = y(\pi/2) = 0$ .

1. punti 9

Studiare le principali proprietà della funzione

$$f(x) = \log \left( \left| x^2 - 2x \right| - 2x + 5 \right)$$

(compresa la derivata seconda) e tracciarne il grafico.  
Precisare eventuali punti di non derivabilità.

2. punti 7

Calcolare il limite per  $x \rightarrow 0$  della seguente funzione usando la formula di Taylor

$$\frac{[5 \log(1 + 2x) - 2 \log(1 + 5x)]^2}{4 \cos 2x - \cos 4x - 3}.$$

3. punti 8

Dato l'integrale

$$\int_{-3}^0 \operatorname{arctg} \frac{x-2}{x+2} dx$$

spiegare perché esiste finito e successivamente calcolarne il valore.

4. punti 9

Data l'equazione differenziale

$$y''(x) - y'(x) + ky(x) = 0,$$

risolverla al variare del parametro  $k > 0$ .

Successivamente trovare per quali valori di  $k$  esistono soluzioni non nulle che soddisfano le condizioni  $y(0) = y(\pi/2) = 0$ .