

Analisi per informatici - Corsi A , B , R

Prova scritta del 13 settembre 2007

1. (punti 1 + 5)

Data la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \left(1 + \frac{\alpha}{n} \right) e^{-1/n} \right)$ con α parametro reale :

(i) provare che per ogni valore di α è verificata la condizione necessaria per la convergenza

(ii) trovare per quali valori di α la serie è convergente.

Sugg.: usare opportunamente la formula di Taylor.

2. (punti 7)

Risolvere l'equazione differenziale

$$y'' - 4y' + 4y = 2x e^{2x}$$

con le condizioni iniziali $y(0) = 2$, $y'(0) = 1$.

3. (punti 2 + 6)

Data la funzione

$$f(x) = x^5 \cos(x^3) :$$

(i) calcolare $\int_{-\sqrt[3]{\pi/2}}^{\sqrt[3]{\pi/2}} f(x) dx$

(ii) calcolare l'area della regione di piano compresa tra il grafico della funzione e l'asse delle x per $x \in [-\sqrt[3]{\pi/2}, \sqrt[3]{\pi/2}]$.

4. (punti 12)

Data la funzione

$$f(x) = \frac{x \log |x|}{\log(x^2) - 1} :$$

(i) trovarne campo di esistenza, eventuali simmetrie, segno, asintoti, massimi e minimi

(ii) dire se si può prolungare con continuità in qualche punto e, in caso affermativo, se la funzione così prolungata ivi risulta anche derivabile

(iii) studiare la derivata seconda

(iv) tracciare il grafico.