

1. ( punti 9 )

Studiare le principali proprietà e tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \log \left| \sin x + \frac{1}{2} \right|.$$

E' richiesto anche lo studio della derivata seconda.

2. ( punti 4 + 6 )

Data la funzione  $f(x) = \frac{x^3 \log x}{(1+x^4)^2}$

( i ) provare che l'integrale generalizzato  $\int_1^{+\infty} f(x) dx$  esiste finito

( ii ) calcolare il valore dell'integrale .

3. ( punti 6 )

Risolvere l'equazione differenziale  $y' = \sqrt{1-y^2}$  con la condizione iniziale  $y(0) = \sqrt{3}/2$ .

4. ( punti 4 + 3 )

Data la successione  $a_n = n \log \left( \frac{3+n^2}{1+n^2} \right)$  :

( i ) calcolarne il limite

( ii ) studiare la convergenza della serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  .

5. ( punti 9 )

Studiare le principali proprietà e tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \log \left| \cos x - \frac{1}{2} \right|.$$

E' richiesto anche lo studio della derivata seconda.

6. ( punti 4 + 6 )

Data la funzione  $f(x) = \frac{3x^2 \log x}{(1+x^3)^2}$

( i ) provare che l'integrale generalizzato  $\int_1^{+\infty} f(x) dx$  esiste finito

( ii ) calcolare il valore dell'integrale .

7. ( punti 6 )

Risolvere l'equazione differenziale  $y' = y(1 + \log^2 y)$  con la condizione iniziale  $y(0) = e$ .

8. ( punti 4 + 3 )

Data la successione  $a_n = n \log \left( \frac{1+n^3}{3+n^3} \right)$ :

( i ) calcolarne il limite

( ii ) studiare la convergenza della serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ .