

1. ( punti 9 + 4 )

Data la funzione  $f(x) = \frac{\log(\log x^2)}{x}$

( i ) calcolare  $\int_1^e f(x) dx$

( ii ) calcolare l'area della regione di piano compresa tra il grafico della funzione e l'asse delle  $x$  , con  $x \in ( 1 , e ]$ .

2. ( punti 10 )

Trovare le soluzioni  $y(x)$  dell'equazione differenziale

$$y'' + 2y' + 5y = e^x \sin 2x .$$

3. ( punti 7 )

Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n} \log n}{n^2 + n + 1} .$$

1. ( punti 9 + 4 )

Data la funzione  $f(x) = \frac{\log(\log x^3)}{x}$

( i ) calcolare  $\int_1^e f(x) dx$

( ii ) calcolare l'area della regione di piano compresa tra il grafico della funzione e l'asse delle  $x$  , con  $x \in ( 1 , e ]$ .

2. ( punti 10 )

Trovare le soluzioni  $y(x)$  dell'equazione differenziale

$$y'' + 2y' + 2y = e^{2x} \cos x .$$

3. ( punti 7 )

Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n} \log^2(n+1)}{n^2 + 1} .$$