

Istituzioni di Matematiche I - C. di I. in Chimica molecolare

Prova scritta del 15 settembre 2006

1. (punti 7 + 3)

- Studiare le principali proprietà e tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{\cos x}}{1 - \sin x}, \quad x \in [-\pi, \pi].$$

Lo studio della derivata seconda non è richiesto.

- Usando un opportuno criterio di integrabilità a priori, stabilire se esiste finita l'area del trapezoide individuato dalla funzione.

2. (punti 5)

Risolvere l'equazione differenziale del terzo ordine $y''' + y = \cos x$.

3. (punti 7)

Dopo aver provato che nell'intervallo $(1, 2)$ l'equazione $e^x = 1 + x + x^2$ ammette una e una sola soluzione, se ne approssimi il valore con due iterazioni del metodo delle tangenti di Newton.

4. (punti 7)

Calcolare $\int \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \frac{dx}{x}$.

5. (punti 4)

Studiare al variare del parametro x la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{x^2 + n}.$$