

1. (punti 6)

Utilizzando la formula di Taylor, calcolare il limite per $x \rightarrow 0$ della funzione

$$\frac{\sin^2 x - \log(1 + x^2)}{\cos x - \exp(-x^2/2)}.$$

2. (punti 10)

Risolvere l'equazione differenziale

$$\frac{x^3 + 6x^2 + 25x}{1 + y^2} y' - (2x + 5) \operatorname{arctg} y = 0.$$

3. (punti 9)

Data la funzione

$$f(x) = |\sin x| + \cos^2 x$$

studiarne le principali proprietà e studiarne il grafico. In particolare, indicare simmetrie e periodicità e precisare se esistono punti di non derivabilità. Lo studio della derivata seconda è richiesto.

4. (punti 5)

Studiare al variare di x la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^x + n^2 + 1}{n^3 + n + 2}$$

5. (punti 6)

Utilizzando la formula di Taylor, calcolare il limite per $x \rightarrow 0$ della funzione

$$\frac{\exp(-x^4/2) - \cos x^2}{\log(1 + (x^2/2)) - \operatorname{sen}(x^2/2)}.$$

6. (punti 10)

Risolvere l'equazione differenziale

$$\frac{x^3 - 4x^2 + 8x}{\sqrt{1-y^2}} y' - (x+2) \operatorname{arcsen} y = 0.$$

7. (punti 9)

Data la funzione

$$f(x) = |\cos x| + \operatorname{sen}^2 x$$

studiarne le principali proprietà e studiarne il grafico. In particolare, indicare simmetrie e periodicità e precisare se esistono punti di non derivabilità. Lo studio della derivata seconda è richiesto.

8. (punti 5)

Studiare al variare di x la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^x + n^3 + n + 1}{n^4 + 2n + 4}.$$