

1. ( punti 16 )

Dato l'integrale

$$\int_{-\pi/2}^0 \frac{1 + \cos x}{1 + \sin x} dx$$

- stabilire se esiste finito usando un criterio di integrabilità
- ritrovare il risultato precedente usando il calcolo esplicito.

2. ( punti 8 )

Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''(x) + 4y(x) = e^{2x}(1+x) \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = 1 \end{cases}.$$

3. ( punti 8 )

Studiare al variare di  $x \in \mathbb{R}$  la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{\sqrt{n+n^3}}.$$

4. ( punti 16 )

Dato l'integrale

$$\int_0^{\pi/2} \frac{1 - \cos x}{1 - \sin x} dx$$

- stabilire se esiste finito usando un criterio di integrabilità
- ritrovare il risultato precedente usando il calcolo esplicito.

5. ( punti 8 )

Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''(x) + 9y(x) = e^{3x}(1-x) \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = 0 \end{cases}.$$

6. ( punti 8 )

Studiare al variare di  $x \in \mathbb{R}$  la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{\sqrt[3]{n^2 + n^4}}.$$