

D

1. Data la funzione $F(x) = \int_0^x \left(\frac{e^t}{t^2 - 1} + 1 \right) dt$, dopo averne calcolato il polinomio di

Taylor di punto iniziale $x_0 = 0$ e grado $n = 2$, dire se il punto x_0 è :

- di minimo locale
- di massimo locale
- di flesso a tangente orizzontale
- di flesso a tangente non orizzontale
- di continuità, ma non di derivabilità
- di discontinuità
- nessuno di questi

2. Trovare l'equazione differenziale che ha per integrale generale l'insieme di funzioni $(c_1 + c_2 x) e^{-x} + x + 1$

$$y'' + 2y' + y = x + 3$$

3. Dire per quali valori delle costanti a e b sono verificate le ipotesi del teorema di Rolle per la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 4x^2 - 4x + 1 & \text{se } x \in [0, 1] \\ ax^3 + bx + 1 & \text{se } x \in [-1, 0) \end{cases}$$

- $a + b = 0$
- $a - b = 0$
- $a = 2, b = -2$
- $a = -2, b = 2$
- nessuna di queste

4. Scrivere il campo di esistenza della funzione $f(x) = \sqrt{\arcsin \log_{1/2} x}$

- $(0, \pi/2]$
- $[2^{-\pi/2}, 2^{\pi/2}]$
- $(0, \sin 1]$
- $[\frac{1}{2}, 1]$
- $(0, \frac{1}{2}]$
- $[\frac{1}{2}, +\infty)$

5. $\left|z - \frac{4}{z}\right| (z^4 - 1) = 0$:

- tra le soluzioni ne ha 4 reali
- non ha soluzioni immaginarie
- ha esattamente 4 soluzioni complesse
- ha esattamente 6 soluzioni complesse
- ha come uniche soluzioni i numeri ± 1 , $\pm i$
- ha come soluzioni numeri dotati tutti dello stesso modulo.

6. Sia x_n una successione tale che $x_n \rightarrow L \in \mathbb{R}$.

Per ciascuna delle seguenti affermazioni dire se vera (V) o falsa (F):

- è limitata V
- ammette almeno una sottosuccessione convergente V
- se $f(x_n)$ è definita, allora $f(x_n) \rightarrow f(L)$ F
- $\forall \varepsilon > 0$, $\{n : x_n \geq L + \varepsilon\}$ è un insieme finito o vuoto V
- $x_n > 0$ definitivamente $\Rightarrow L > 0$ F

7. Per ciascuna delle seguenti affermazioni per $x \rightarrow +\infty$, dire se è vera (V) o falsa (F):

- $\sin x = o(x^2)$ V
- $x^2 = o(x)$ F
- $\log^2 x = o(x)$ V

8. Dopo aver risolto per $x > 0$ l'equazione $y' - (2/x)y = 2 - x - (1/x)$, scrivere la soluzione che verifica la condizione iniziale $y(1) = -\frac{1}{2}$.

$$y = x^2 - 2x + \frac{1}{2} - x^2 \log x$$