

B

1. Data la funzione $F(x) = \int_0^x \left(\frac{\cos t}{1-t^2} - 1 \right) dt$, dopo averne calcolato il polinomio di

Taylor di punto iniziale $x_0 = 0$ e grado $n = 2$, dire se il punto x_0 è :

- di minimo locale
- di massimo locale
- di flesso a tangente orizzontale
- di flesso a tangente non orizzontale
- di continuità, ma non di derivabilità
- di discontinuità
- nessuno di questi

2. Trovare l'equazione differenziale che ha per integrale generale l'insieme di funzioni $c_1 \cos 2x + c_2 \sin 2x + c_3 + x^2$

$$y''' + 4y' = 8x$$

3. Dire per quali valori delle costanti a e b sono verificate le ipotesi del teorema di Rolle per la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 4x^2 + 4x + 1 & \text{se } x \in [-1, 0] \\ ax^3 + bx + 1 & \text{se } x \in (0, 1] \end{cases}$$

- $a + b = 0$
- $a - b = 0$
- $a = 2, b = -2$
- $a = -2, b = 2$
- nessuna di queste

4. Scrivere il campo di esistenza della funzione $f(x) = \sqrt{\log_{1/2} \arccos x}$

- $[0, 1)$
- $(1, \pi/2]$
- $[\cos 1, 1)$
- $(0, \pi]$
- $[0, 1/2)$
- $(0, 1/2]$

5. $\left| \frac{\bar{z}}{z} - \frac{9}{z} \right| (z^3 + 8i) = 0 :$

- ha come soluzioni numeri dotati tutti dello stesso modulo
- ha esattamente 3 soluzioni complesse
- ha come uniche soluzioni i numeri $1 \pm i\sqrt{3}$
- non ha soluzioni reali
- ha un'unica soluzione immaginaria, che è $2i$
- tra le soluzioni ne ha 2 reali.

6. Sia x_n una successione tale che $x_n \rightarrow L \in \mathbb{R}$.

Per ciascuna delle seguenti affermazioni dire se vera (V) o falsa (F):

- tutte le sue sottosuccessioni sono convergenti V
- se $f(x_n)$ è definita, allora $f(x_n) \rightarrow f(L)$ V
- $\forall \varepsilon > 0$, $\{n: x_n \geq L + \varepsilon\}$ è un insieme finito o vuoto V
- $x_n > 0$ definitivamente $\Rightarrow L > 0$ F
- x_n non può avere massimo F

7. Per ciascuna delle seguenti affermazioni per $x \rightarrow +\infty$, dire se è vera (V) o falsa (F):

- $\sin x = o(x)$ V
- $1/(1+x) = o(1/x^2)$ F
- $e^{-x} = o(1/x)$ V

8.

Dopo aver risolto per $x > 0$ l'equazione $y' - (2/x)y = 2 - x - (1/x)$, scrivere la soluzione che verifica la condizione iniziale $y(1) = -3/2$

$$y = \frac{1}{2} - 2x - x^2 \log x$$