

A

1. Data la funzione $F(x) = \int_0^x \frac{\sin t - t^4}{1-t^4} dt$, dopo averne calcolato il polinomio di

Taylor di punto iniziale $x_0 = 0$ e grado $n = 2$, dire se il punto x_0 è :

- di minimo locale
- di massimo locale
- di flesso a tangente orizzontale
- di flesso a tangente non orizzontale
- di continuità, ma non di derivabilità
- di discontinuità
- nessuno di questi

2. Trovare l'equazione differenziale che ha per integrale generale l'insieme di funzioni $c_1 \cos x + c_2 \sin x + c_3 + x$.

$$y''' + y' = 1$$

3. Dire per quali valori delle costanti a e b sono verificate le ipotesi del teorema di Rolle per la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 1 & \text{se } x \in [-2, 0] \\ ax^3 + bx + 1 & \text{se } x \in (0, 1] \end{cases}$$

- $a + b = 0$
- $a - b = 0$
- $a = 2, b = -2$
- $a = -2, b = 2$
- nessuna di queste

4. Scrivere il campo di esistenza della funzione $f(x) = \sqrt{\arccos \log_{1/2} x}$

- $[2^{-\pi}, 1]$
- $[\frac{1}{2}, 2]$
- $[2^{-\pi/2}, 2^{\pi/2}]$
- $(0, \frac{1}{2}]$
- $[\frac{1}{2}, +\infty)$
- $(0, 1]$

5. Per l'equazione complessa $\left| \frac{\bar{z}}{z} - \frac{9}{z} \right| (z^3 - 8i) = 0$ trovare quale delle affermazioni seguenti è vera:

- ha un'unica soluzione immaginaria, che è $-2i$
- tra le soluzioni ne ha 2 reali
- ha esattamente 3 soluzioni complesse
- non ha soluzioni reali
- ha come uniche soluzioni i numeri $\sqrt{3} \pm i$
- ha come soluzioni numeri dotati tutti dello stesso modulo.

6. Sia x_n una successione tale che $x_n \rightarrow L \in \mathbb{R}$.

Per ciascuna delle seguenti affermazioni dire se vera (V) o falsa (F):

- è limitata V
- ammette almeno una sottosuccessione convergente V
- L è sempre l'estremo superiore o inferiore della successione F
- $1/x_n$ ammette limite (finito o infinito) F
- se $f(x_n)$ è definita, allora $f(x_n) \rightarrow f(L)$ F

7. Per ciascuna delle seguenti affermazioni per $x \rightarrow +\infty$, dire se è vera (V) o falsa (F):

$$\log^2 x = o(x) \quad \text{V}$$

- $1 = o(x) \quad \text{V}$

- $\sin x = o(1) \quad \text{F}$

8. Dopo aver risolto per $x > 0$ l'equazione $y' - (2/x)y = 2 - x - (1/x)$, scrivere la soluzione che verifica la condizione iniziale $y(1) = 3/2$

$$y = 3x^2 - 2x + \frac{1}{2} - x^2 \log x$$