

17 dicembre 2016

Compito parziale #1 – seconda parte [A]

1. punti 8

Data la funzione $f(x) = \arcsen \frac{1 + \log x}{1 - \log x}$:

- trovarne campo di esistenza e zeri
- trovarne l'immagine
- provare che è invertibile e scriverne l'inversa
- spiegare quale teorema assicura che è monotona
- tracciarne il grafico.

2. punti 7

Data la funzione la successione definita per ricorrenza da

$$x_1 = 0, \quad x_{n+1} = \frac{n}{1 + 2n} (1 + x_n)$$

- provare per induzione che è $x_n \leq \frac{n}{1 + n}$
- utilizzando anche il risultato precedente, provare che è monotona
- calcolarne il limite.

3. punti 6

Calcolare il limite per $x \rightarrow 0^+$ della funzione $\frac{e^{x + \sin^2 x} - \cos \sqrt{x + \sin x}}{x (\log \operatorname{tg} 2x - \log \sin x)}$.

4. punti 5

Usando la definizione di limite, verificare che è $\lim_{x \rightarrow 0} \log \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} = 0$.

17 dicembre 2016

Compito parziale #1 – seconda parte [B]

1. punti 8

Data la funzione $f(x) = 4 \arcsen(1 - \log(x - 1))$:

- trovarne campo di esistenza e zeri
- trovarne l'immagine
- provare che è invertibile e scriverne l'inversa
- spiegare quale teorema assicura che è monotona
- tracciarne il grafico.

2. punti 7

Data la funzione la successione definita per ricorrenza da

$$x_1 = 1/2, \quad x_{n+1} = \frac{n+1}{3+2n}(1+x_n)$$

- provare per induzione che è $x_n \leq \frac{n+1}{n+2}$
- utilizzando anche il risultato precedente, provare che è monotona
- calcolarne il limite.

3. punti 6

Calcolare il limite per $x \rightarrow 0^+$ della funzione $\frac{e^{\sin x} - e^{-x \cos x}}{\log \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}}$.

4. punti 5

Usando la definizione di limite, verificare che è $\lim_{x \rightarrow 2} \log \sqrt{\frac{4+x}{4-x}} = \log \sqrt{3}$.

17 dicembre 2016

Compito parziale #1 – seconda parte [C]

1. punti 8

Data la funzione $f(x) = \arcsen \frac{1 - \log x}{1 + \log x}$:

- trovarne campo di esistenza e zeri
- trovarne l'immagine
- provare che è invertibile e scriverne l'inversa
- spiegare quale teorema assicura che è monotona
- tracciarne il grafico.

2. punti 7

Data la funzione la successione definita per ricorrenza da

$$x_1 = 0, \quad x_{n+1} = \frac{n}{1+2n} (1 + x_n)$$

- provare per induzione che è $x_n \leq \frac{n}{1+n}$
- utilizzando anche il risultato precedente, provare che è monotona
- calcolarne il limite.

3. punti 6

Calcolare il limite per $x \rightarrow 0^+$ della funzione $\frac{x (\log \operatorname{arctg} 2x - \log \operatorname{tg} x)}{e^{\operatorname{tg} x + x^2} - \cos \sqrt{x} + \operatorname{sen} x}$.

4. punti 5

Usando la definizione di limite, verificare che è $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log x + 1}{\log x^2 - 1} = \frac{1}{2}$.

17 dicembre 2016

Compito parziale #1 – seconda parte [D]

1. punti 8

Data la funzione $f(x) = 4 \arcsin(1 - \log(x + 1))$:

- trovarne campo di esistenza e zeri
- trovarne l'immagine
- provare che è invertibile e scriverne l'inversa
- spiegare quale teorema assicura che è monotona
- tracciarne il grafico.

2. punti 7

Data la funzione la successione definita per ricorrenza da

$$x_1 = 1/2, \quad x_{n+1} = \frac{n+1}{3+2n}(1+x_n)$$

- provare per induzione che è $x_n \leq \frac{n+1}{n+2}$
- utilizzando anche il risultato precedente, provare che è monotona
- calcolarne il limite.

3. punti 6

Calcolare il limite per $x \rightarrow 0^+$ della funzione $\frac{\cos x - \sqrt{\cos 2x}}{\log \cos 2x}$.

4. punti 5

Usando la definizione di limite, verificare che è $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(x^2) + 1}{\log x + 1} = 2$.

