

1. punti 2 + 5

Dare la definizione di $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty$.

Usando la definizione, verificare che il risultato vale per la funzione $f(x) = x / (x + 1)^2$.

2. punti 2 + 4

- Provare per induzione che $\sum_{k=1}^n k^2 = n(n+1)(2n+1)/6$.
- Data la funzione $f(x) = x^2$, $x \in [0, 2]$ dividere l'intervallo in n sottointervalli uguali e calcolare la media aritmetica M_n degli $n+1$ valori assunti dalla funzione nei punti di suddivisione. Calcolare poi la media integrale μ della funzione nell'intervallo dato e verificare che $M_n \rightarrow \mu$.

3. punti 8

Studiare la funzione $F(x) = \int_1^x \frac{dt}{t \operatorname{sent}}$ e tracciarne il grafico.

Lo studio della derivata seconda è richiesto.

4. punti 6

Risolvere l'equazione differenziale $y' = y^2/x$, $x > 0$ e tracciare il grafico di qualche soluzione.

5. punti 6

Date le serie di funzioni $\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx}$, $\sum_{n=0}^{\infty} n e^{-nx}$

- trovarne il dominio di convergenza
- scrivere la somma della prima serie, dopo aver osservato che si può ricondurre ad una serie geometrica
- calcolare la somma della seconda utilizzando il teorema di derivata sotto segno di serie.

1. punti 2 + 5

Dare la definizione di $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$.

Usando la definizione, verificare che il risultato vale per la funzione $f(x) = (1 - 2x) / (1 - x^2)$.

2. punti 2 + 4

- Provare per induzione che $\sum_{k=1}^n k^2 = n(n+1)(2n+1)/6$.
- Data la funzione $f(x) = x^2$, $x \in [0, 1]$ dividere l'intervallo in n sottointervalli uguali e calcolare la media aritmetica M_n degli $n+1$ valori assunti dalla funzione nei punti di suddivisione. Calcolare poi la media integrale μ della funzione nell'intervallo dato e verificare che $M_n \rightarrow \mu$.

3. punti 8

Studiare la funzione $F(x) = \int_1^x \frac{dt}{\sqrt{t} \sin t}$ e tracciarne il grafico.

Lo studio della derivata seconda è richiesto.

4. punti 6

Risolvere l'equazione differenziale $y' = (y-1)^2 / (x-1)$, $x > 1$ e tracciare il grafico di qualche soluzione.

5. punti 6

Date le serie di funzioni $\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx^2}$, $\sum_{n=0}^{\infty} n x e^{-nx^2}$

- trovarne il dominio di convergenza
- scrivere la somma della prima serie, dopo aver osservato che si può ricondurre ad una serie geometrica
- calcolare la somma della seconda utilizzando il teorema di derivata sotto segno di serie.