

Istituzioni di Matematiche I

Prova scritta del 19.01.10

1. punti 10

Data la funzione

$$f(x) = \sin x \log |\operatorname{tg} x|$$

studiare le principali proprietà e tracciarne il grafico.

Tenendo presenti la periodicità e le simmetrie della funzione, studiarla in un intervallo di ampiezza minima a partire dal quale possa essere dedotto il grafico complessivo.

Lo studio del segno della derivata prima non può essere svolto per via algebrica; dedurlo per via grafica studiando un'opportuna funzione trigonometrica che è opportuno scrivere in termini di sola $\operatorname{tg} x$.

Lo studio della derivata seconda non è richiesto.

2. punti 10

Essendo $f(x)$ la funzione definita nel problema precedente,

(a) calcolare $\int f(x) dx$

(b) dire se esiste finito $\int_{\pi/4}^{\pi/2} f(x) dx$ effettuandone il calcolo esplicito

(c) ritrovare il risultato precedente utilizzando un opportuno criterio di integrabilità.

3. punti 5

Data la funzione $f(x) = x + \sqrt{|4 - x^2|}$, spiegare se verifica le ipotesi del teorema di Lagrange nell'intervallo $[-4, 2]$.

Successivamente verificare direttamente se esistono punti che verificano la tesi dello stesso teorema.

4. punti 5

Risolvere $y'''' + y = \sin 2x$.