

## Istituzioni di Matematiche I

Prova scritta parziale n.1 dell'8 . 1. 08 ( calcolo differenziale )

1. ( punti 10 )

Studiare le principali proprietà e tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = (1 - \sin x)^{\operatorname{tg} x}$$

in un intervallo di ampiezza il periodo.

Lo studio del segno della derivata deve essere svolto per via grafica , quello della derivata seconda non è richiesto.

Precisare i punti di discontinuità eliminabile , anche solo da destra o da sinistra ; lo studio della derivata in questi punti non è richiesto.

2. ( punti 6 )

Data la successione definita per ricorrenza da

$$x_1 = 1 \quad , \quad x_{n+1} = 1 - e^{-x_n^2}$$

provare che è monotona e calcolarne il limite.

Suggerimento : studiare segno e zeri della funzione  $f(x) = x - 1 + e^{-x^2}$ .

3. ( punti 5 )

Tra tutti i cilindri di volume  $V$  dato, provare che quello di superficie totale minima è il cilindro equilatero ( cioè quello in cui il diametro di base e l'altezza hanno la stessa misura ).

Suggerimento : assumere come variabile il diametro di base.

4. ( punti 5 )

Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sqrt[3]{1 + \sin^2 x} - 5 + 2 \cos x}{\sqrt{1 - x^2} + \frac{x^2}{2} - 1}$$

5. ( punti 6 )

Risolvere in campo complesso il sistema

$$\frac{\bar{z} + z}{-2} = w + \bar{w} \quad , \quad w z = |z|$$