

Istituzioni di Matematiche I

Prova scritta del 17. 01. 08

1. (punti 8)

Dato l'integrale $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{\cos x \sqrt{1 - \sin x}}$, stabilire se esiste finito

- calcolando e utilizzando le primitive
- usando un criterio di integrabilità.

2. (punti 7)

Data la funzione $f(x) = \frac{e^{\sin x}}{1 + \sin(\operatorname{tg} x)}$, trovare il polinomio $P(x)$ di grado ≤ 3 tale che $f(x) = P(x) + o(x^3)$.

3. (punti 7)

Risolvere l'equazione differenziale $y'' + y' + \omega y = x e^x$ al variare del parametro reale ω .

4. (punti 5)

Trovare per quali valori della costante c risulta

$$\log x \leq c \sqrt[3]{x} \quad \forall x > 0 .$$

Sugg.: studiare la funzione $\log x / \sqrt[3]{x}$.

5. (punti 5)

Studiare la convergenza della serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{-n} + \log n}{\sqrt{n + n^3}}$.