

Introduzione alla Matematica

Prova scritta del 13.6.08

1. punti 13

Data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{\log \log |x - 1|}$$

- trovarne il campo di esistenza e il segno
- tracciarne il grafico, deducendolo per passi successivi da quello di funzioni elementari note.

Se $g(x)$ è la restrizione di $f(x)$ all'intervallo $(1 + e, +\infty)$:

- dal grafico precedentemente ottenuto dedurre l'immagine di questa funzione e la sua invertibilità
- ritrovare con opportuni calcoli l'immagine e l'invertibilità e scrivere l'inversa.

2. punti 9

Risolvere :

$$\left| \frac{x + 1}{\sqrt{2x^2 + 1} - x} \right| \leq 1$$

$$\frac{\sin 2x}{1 - \cos 2x} = \frac{3 \cos x}{1 + \cos 2x}$$

Sugg.: per la disequazione, dopo averne trovato il campo di esistenza, elevare al quadrato ambo i membri.

3. punti 5

Siano U e V due vettori del piano di lunghezza rispettivamente 1 e 2 , che formano con il semiasse positivo delle x un angolo rispettivamente di 30° e di 60° . Trovare la lunghezza del vettore somma e l'angolo che forma con il semiasse.

4. punti 5

Verificare la validità della seguente proposizione:

$$\forall \varepsilon > 0, \exists \bar{n} : \forall n > \bar{n} \left| \log \frac{3n - 2}{n} - \log 3 \right| < \varepsilon$$

(cioè, la disequazione è definitivamente verificata).