

Istituzioni di Matematiche I - C. di I. in Chimica molecolare

Prova scritta parziale n.2 dell'11 gennaio 2007

1. (punti 3 + 8)

Data la funzione

$$f(t) = \sqrt{\left| \frac{t^2 - 1}{\log t} \right|},$$

provare che è integrabile in un intorno di 0 e in un intorno di 1 e che non lo è in alcun intorno di $+\infty$.

Utilizzare queste informazioni per studiare la funzione integrale

$$F(x) = \int_x^{x^2} f(t) dt$$

e tracciarne il grafico. Lo studio della derivata seconda non è richiesto.

N.B. : la seconda parte del problema può essere svolta anche senza aver dimostrato i risultati della prima parte.

2. (punti 7 + 3)

Risolvere l'equazione differenziale

$$y' = y(1 - y)$$

in uno degli intervalli individuati dalle soluzioni costanti e tracciare il grafico di alcune soluzioni significative, dopo averne indicato il campo di esistenza.

Facoltativo : completare i calcoli nei rimanenti intervalli.

3. (punti 3 + 5)

Dato l'integrale

$$\int_6^{+\infty} \frac{\log(x - 5)}{(x - 3)^2} dx$$

(i) stabilire se esiste utilizzando un opportuno criterio di integrabilità

(ii) ritrovare il risultato precedente effettuando il calcolo esplicito.

La seconda parte del problema può essere svolta anche senza aver risolto la prima.

4. (punti 4)

Studiare la convergenza della seguente serie al variare del parametro x :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log(nx)}{\sqrt{n + e^{-n}}}.$$

