

Istituzioni di Matematiche I

Prova scritta parziale n.1 del 17. 01 . 07

1. ( punti 8 )

Studiare le principali proprietà e tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = (1+x) \log(1+2|x|).$$

In particolare precisare gli intervalli di convessità e concavità e gli eventuali punti di non derivabilità.

2. ( punti 6 )

Provare che nell'intervallo  $[\pi/6, \pi/4]$  l'equazione

$$x - \sin 2x = -1/4$$

ha un'unica soluzione e approssimarla con due iterazioni del metodo di Newton.

3. ( punti 6 )

Data la curva di equazione  $y = x^2 + x + 1$ , trovare il punto P sull'asse delle ascisse per cui è minimo l'angolo  $\alpha$  formato dalle due tangenti alla curva in tale punto .

Sugg.:  $\alpha$  è differenza di due angoli di ciascuno dei quali si conosce la tangente trigonometrica.

4. ( punti 5 )

Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} ax + 2 & \text{se } x \geq 1 \\ bx^2 + 5x & \text{se } x < 1 \end{cases}$$

trovare per quali valori di a e di b verifica le condizioni del teorema di Lagrange in  $[0, 2]$ ; ciò stabilito, trovare il punto  $\xi$  che verifica la tesi del teorema.

5. ( punti 5 )

Utilizzando la formula di Taylor , calcolare il limite per  $x \rightarrow 0$  della funzione

$$\frac{\log(1+x^2) - \log(1+x \operatorname{arctg} x)}{1 - \cos x + \log \cos x}$$

