

Istituzioni di Matematiche I - C. di I. in Chimica molecolare

Prova scritta parziale n.1 dell'11 gennaio 2007

1. (punti 8)

Studiare le principali proprietà e tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \arcsen \frac{2(x-1)^2}{x^2 + 2}.$$

Lo studio della derivata seconda non è richiesto.
Precisare se esistono punti di non derivabilità.

2. (punti 7)

Data la funzione

$$f(x) = \left(\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x} \right)^{1/\operatorname{tg} x}, \quad x \in (0, \pi/2)$$

provare se si può prolungare con continuità agli estremi dell'intervallo.

3. (punti 6)

Data la parabola $y = x^2/4 - x + 3$, sia n la normale ad essa nel suo punto C di intersezione con l'asse y e sia D l'ulteriore punto di intersezione di n con la parabola. Determinare il punto P sull'arco CD della parabola in modo che l'area del triangolo PCD sia massima.

Si ricorda che la normale è la retta perpendicolare alla tangente.

4. (punti 6)

Provare che la successione definita per ricorrenza da

$$x_1 = 0, \quad x_{n+1} = \frac{1 + x_n}{2 + x_n}$$

ammette limite e calcolarne il valore.

5. (punti 5)

Risolvere in campo complesso il sistema

$$\begin{cases} \bar{z} + zw = 0 \\ z^2 + \bar{z}w = 0 \end{cases}$$