

Istituzioni di Matematiche I  
Prova scritta del 4 giugno 2007

1. ( punti 9 )

Studiare le principali proprietà e tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = 2x + \frac{\log x}{x}.$$

E' richiesto anche lo studio della derivata seconda.

2. ( punti 8 )

Risolvere l'equazione differenziale  $y' = \sqrt{\frac{y}{1-x^2}}$ ,  $y \geq 0$ ;

precisare il campo di esistenza delle soluzioni e tracciare il grafico di alcune di esse. Successivamente imporre la condizione iniziale  $y(0) = 1$ , precisando se vale il teorema di unicità di soluzione.

3. ( punti 6 )

Calcolare  $\int \frac{2 + \cos x}{\sin x (1 + 2 \cos x)} dx$ .

4. ( punti 5 )

Studiare la convergenza della serie  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\log n}{n^2 + n} x^n$ .

5. ( punti 5 )

Calcolare il limite per  $x \rightarrow +\infty$  della funzione

$$x \left[ \frac{1}{e} - \left( \frac{x}{x+1} \right)^x \right]$$