

Istituzioni di Matematiche I

Prova scritta del 2. 4 . 07

1. (punti 8)

Studiare le principali proprietà e tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \sin x + |\cos x| \quad , \quad x \in [0, 2\pi]$$

E' richiesto anche lo studio della derivata seconda.

2. (punti 9)

Risolvere l'equazione differenziale

$$y' = x y \sqrt{y-1} ;$$

precisare il campo di esistenza delle soluzioni e tracciare il grafico di alcune di esse.

3. (punti 6)

Calcolare

$$\int \sin x \log \sin x \, dx .$$

4. (punti 5)

Studiare la convergenza delle seguenti serie :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \log \left(\frac{n}{n+1} \right) \quad , \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\log^2 n} .$$

5. (punti 5)

Utilizzando la formula di Taylor , calcolare il limite per $x \rightarrow 0$ della funzione

$$\left(\frac{\operatorname{tg}^2 x}{x \sin x} \right)^{1/x^2} .$$

