

Introduzione alla Matematica

Prova scritta del 4 . 06 . 07

1. (punti 7)

Data la funzione

$$\log \frac{\sqrt{|x+1|} - x}{x+2},$$

trovarne il campo di esistenza e il segno.

2. (punti 7)

Tracciare il grafico della funzione

$$\log |\sin x - 1/2|$$

in un intervallo di ampiezza il periodo, ricavandolo per passi successivi da quello di funzioni elementari note. Dedurre che nell'intervallo $[0, \pi/6)$ la funzione è invertibile e trovare la funzione inversa, precisandone il dominio di definizione.

3. (punti 6 + 3)

Risolvere le seguenti disequazioni

$$\frac{(\cos 2x - \sin x) \operatorname{tg} x}{\sin x - \sqrt{3} \cos x + 1} \leq 0$$

$$\log(x^2 + 4|x|) \geq 2 \log(x+1).$$

4. (punti 7)

Dato il triangolo ABC di lati $AB = 12$, $BC = 6\sqrt{3}$, $AC = 6$, dopo aver provato che è rettangolo, calcolare la lunghezza delle sue bisettrici.

Successivamente riferire il triangolo ad un opportuno sistema di assi cartesiani ortogonali Oxy e trovare in tale riferimento le coordinate del punto di incontro delle bisettrici.

N.B. : le funzioni trigonometriche di angoli non notevoli devono essere ricavate da quelle di angoli notevoli usando opportune formule di trigonometria.