

Istituzioni di Matematiche I - C. di I. in Chimica molecolare

Prova scritta parziale n.3 del 17 gennaio 2006

1. (punti 4 + 9)

Data la funzione

$$f(t) = \frac{t(t-1)}{\log t},$$

provare che è integrabile in un intorno di 0 e in un intorno di 1 e che non lo è in alcun intorno di $+\infty$.

Utilizzare queste informazioni per studiare la funzione integrale

$$F(x) = \int_{\sqrt{x}}^x \frac{t(t-1)}{\log t} dt$$

e tracciarne il grafico. Lo studio della derivata seconda non è richiesto.

N.B.: la seconda parte del problema può essere svolta anche senza aver dimostrato i risultati della prima parte.

2. (punti 8)

Risolvere l'equazione differenziale $y' = \sqrt{xy}$ (per $x \geq 0$) precisando l'insieme di definizione delle varie soluzioni e tracciando il grafico di alcune di questa.

Precisare al variare di k l'unicità di soluzione per il problema con la condizione iniziale $y(0) = k$.

3. (punti 6)

Calcolare

$$\int \frac{\operatorname{tg}^2 x}{1 - \operatorname{tg} x} dx.$$

4. (punti 6)

Studiare la convergenza delle seguenti serie al variare del parametro x :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \log(1+n|x|^n), \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log(nx)}{n^2+x}.$$

