

Istituzioni di Matematiche I - C. di I. in Chimica molecolare

Prova scritta parziale n.2 del 17 gennaio 2006

1. (punti 9)

Studiare le principali proprietà e tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = x + \frac{\log|x|}{|x|}.$$

Lo studio della derivata seconda è richiesto.

2. (punti 5)

Utilizzando la formula di Taylor, calcolare il limite per  $x \rightarrow 0$  della funzione

$$\frac{(\sin x - \operatorname{tg} x)(2^x - 3^x)}{\sqrt{1-x^2} - \cos x}.$$

3. (punti 8)

In un semicirconferenza di diametro  $\overline{AB} = 2r$  condurre una corda  $AC$  tale che, detto  $D$  il punto medio dell'arco  $BC$ , l'area del quadrilatero  $ACDB$  sia massima. Sugg.: indicare con  $2x$  la misura dell'angolo  $CAB$ .

4. (punti 5)

Dopo aver stabilito che le funzioni  $f(x) = \operatorname{tg} x$ ,  $g(x) = \sin 2x$  verificano le ipotesi del teorema di Cauchy nell'intervallo  $[0, \pi/4]$ , trovare i punti dell'intervallo che soddisfano la tesi del teorema.

5. (punti 6)

Risolvere in campo complesso le equazioni

$$(i) \quad |z|^4 + iz^2 = 0$$

$$(ii) \quad |z| = 2i(1-z).$$