

Istituzioni di Matematiche I - C. di I. in Chimica molecolare

Prova scritta parziale n.2 del 7 dicembre 2005

1. (punti 10 + 4)

Studiare le principali proprietà della funzione

$$f(x) = (\operatorname{tg} x)^{1/\cos x}$$

e tracciarne il grafico.

Non è richiesto lo studio della derivata seconda. Il segno della derivata prima non si ottiene per via algebrica, ma studiando un'opportuna funzione trigonometrica che conviene scrivere in termini di sola $\operatorname{tg} x$.

Facoltativo: studiare l'esistenza della derivata in almeno uno dei punti di discontinuità eliminabile.

2. (punti 5)

Utilizzando la formula di Taylor, calcolare il limite per $x \rightarrow 0$ della funzione

$$\frac{\log(1 + x \operatorname{arctg} x) - e^{-x^2} + 1}{\sqrt{1 - 2x^2} - \cos^2 x}.$$

3. (punti 6)

Dopo aver provato che l'equazione $\log_{1/2} x = x$ ha un'unica soluzione $x = \alpha$, trovare un intervallo di ampiezza minore di 1 che contiene al suo interno α e in cui si può applicare il metodo delle tangenti di Newton. Approssimare il valore di α utilizzando due iterazioni del metodo.

4. (punti 5)

Risolvere in campo complesso il sistema:

$$\bar{z} + w |z| = 0, \quad w - z |w| = 0$$

5. (punti 4)

Dati i punti $A = (-1, -\sqrt{3})$ e $B = (1, 1)$, trovare sull'asse delle x il punto P che rende minima la quantità $\sqrt{2} \overline{AP} + \overline{PB}$.