

Istituzioni di Matematiche I - C. di I. in Chimica molecolare

Prova scritta del 28 giugno 2006

1. (punti 9)

Studiare le principali proprietà e tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 2x} + |x - 3|.$$

In particolare, precisare i punti di non derivabilità, gli asintoti, gli intervalli di convessità e concavità.

2. (punti 6)

Calcolare

$$\int_{1/2}^1 \frac{\arcsen x}{x^2} dx.$$

3. (punti 6)

Trovare per quali valori del parametro reale A la soluzione $y(x)$ del problema

$$y'(x) = A y(x), \quad y(2) = 3$$

verifica la condizione $y(x) < 3000 \quad \forall x \in [0, 20]$.

4. (punti 4)

Sia $f(x)$ una funzione definita in \mathbf{R} , derivabile con derivata continua, tale che $f(0) = 1$, $f'(0) = 2$. Calcolare il limite per $x \rightarrow 0$ del rapporto:

$$\frac{\int_0^{2x} f(t) dt - x}{\cos 2x - 1}$$

5. (punti 5)

Studiare la convergenza delle serie al variare di $x > 0$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log(1+x^n)}{n^2+x^n}.$$

