

Istituzioni di Matematiche I - C. di I. in Chimica molecolare

Prova scritta parziale n. 1 dell' 11. 01 .06

1. (punti 12)

Data la funzione $f(x) = \log(x - \sqrt{x^2 - 4})$, trovarne campo di esistenza, segno e immagine; provare che è invertibile e scrivere l'inversa. Utilizzando la definizione, provare che $f(x)$ è decrescente.

2. (punti 6)

Risolvere:

$$\sqrt{1 - \sin x} > \sqrt{2} \sin x$$

$$\sin x + 2 \cos x > 1 .$$

3. (punti 5)

Un triangolo isoscele ha lato obliquo che misura 2 e angolo alla base il cui coseno è $1/\sqrt{5}$. Trovare seno e coseno degli angoli e la misura della base.

4. (punti 4)

Siano $A \subset \mathbb{R}$, $x_0 \in \mathbb{R}$; si indichi con A^c il complementare di A e con $U(x_0)$ un intorno del punto x_0 . Ciò posto, considerare la seguente proposizione:

$$\forall U(x_0), U(x_0) \cap A \neq \emptyset \text{ e } U(x_0) \cap A^c \neq \emptyset .$$

Spiegarne il significato; trovare quali sono i punti x_0 che la verificano quando A è successivamente uno dei seguenti insiemi: (a, b) , $[a, +\infty)$, \mathbb{Q} , \mathbb{R} ; scriverne la negazione.

5. (punti 6)

Dal grafico della funzione $f(x) = x^2 - x - 2$, dedurre quelli delle funzioni $\log|f(x)|$ e $1/f(x)$.