

Istituzioni di Matematiche I - C. di I. in Chimica molecolare

Prova scritta parziale n. 3 del 14 . 01 . 05

1. punti 9

Scrivere le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y' = x \frac{\cos y}{1 + \sin y}, \quad -\frac{\pi}{2} < y \leq \frac{\pi}{2}$$

precisando l'intervallo di definizione e tracciando il grafico di alcune di esse .

2. punti 9

Dopo aver provato che la funzione

$$f(t) = \sqrt{\left| \frac{t(t-1)}{\log t} \right|}$$

è integrabile in un intorno di 0 e in un intorno di 1 e non integrabile in alcun intorno di $+\infty$, studiare la funzione integrabile

$$F(x) = \int_x^{x^2} f(t) dt$$

N.B.: lo studio della funzione integrale $F(x)$ può essere svolto anche senza aver prima studiato l'integrabilità della funzione $f(t)$, tenendo conto delle informazioni contenute nel testo .

3. punti 10

Calcolare

$$\int \frac{dx}{x + \sqrt{4x^2 + 4x + 2}} .$$

4. punti 5

Studiare al variare del parametro x la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + n + 1}{n^3 + 1} x^n .$$