

Istituzioni di Matematiche I - C. di I. in Chimica molecolare

Prova scritta parziale n. 1 del 10 . 12 . 04

1. (punti 8)

Data la funzione

$$f(x) = \log \frac{|x-1|}{x},$$

trovarne campo di esistenza e immagine . Provare che non è invertibile , ma lo diventa se ristretta all'intervallo $(0, 1)$ oppure all'intervallo $(1, +\infty)$; per entrambe le restrizioni , scrivere l'inversa , precisandone il dominio .

2. (punti 6)

Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \left| \frac{x-1}{x+1} \right|$$

e da questo dedurre quello della funzione $\arccos f(x)$.

3. (punti 9)

Risolvere le disequazioni

$$\frac{(\cos 2x - \sin x) \operatorname{tg} x}{\sin x - \sqrt{3} \cos x + 1} \leq 0$$

$$\log_2 (4 - \log_{1/2} x) \leq \log_{1/4} 16 .$$

4. (punti 6)

Nel triangolo ABC l'angolo BAC ha ampiezza di 60° e i lati AC e AB misurano rispettivamente 1 e 2 . Determinare sul lato AB un punto D tale che , unendo D con C , la somma dei quadrati dei lati del triangolo CBD sia 5 volte il quadrato di lato AC .

Suggerimento : indicare con x la lunghezza del segmento AD .

5. (punti 4)

Usando il principio di induzione , stabilire per quali n risulta che $2^n + 3^n \leq 4^n$.