

Corso di Algebra Lineare e Analisi Matematica II
Anno Accademico 2018-2019
SECONDA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II
Pisa, 24.06.19

Nome e cognome

Matricola

1. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = (x^2 - y^2 + x + y) e^{x+y} .$$

(a) Calcolare

$$\sup_{\mathbb{R}^2} f \quad e \quad \inf_{\mathbb{R}^2} f .$$

(b) Individuare gli eventuali punti stazionari di f e determinarne la natura.

(c) Dimostrare che in un intorno del punto $P = (1, 1)$ l'insieme $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid f(x, y) = 2e^2\}$ è grafico di una funzione $y = g(x)$ di classe C^1 e scriverne l'equazione della retta tangente in P .

(d) Calcolare il massimo ed il minimo di f nell'insieme

$$T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, y^2 \leq x^2\} .$$

2. Sia $D = \{(x, z) \in \mathbb{R}^2 \mid (2x + 1)^2 + 4z^2 \leq 4, x \geq 0\}$.

(a) Calcolare

$$\iint_D \frac{|z|}{2x + 1} dx dz .$$

(b) Calcolare il volume del solido S ottenuto ruotando l'insieme D intorno all'asse z .

3. Sia $\mathbf{F}_a : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ il campo vettoriale definito da

$$\mathbf{F}_a(x, y, z) = (x^2 - ay, ax - y^2, a(x - y) + z^2) .$$

(a) Dire per quali valori di a \mathbf{F}_a è conservativo e trovarne un potenziale.

(b) Per tali valori di a calcolare il lavoro di \mathbf{F}_a lungo la curva così definita

$$\mathbf{r} : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3 \quad \mathbf{r}(t) = (t, t^2, t^3) .$$

(c) Sia $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x - 1)^2 + (2y - 1)^2 \leq 4\}$. Calcolare la circuitazione

$$\int_{\partial^+ D} \mathbf{F}_{\frac{1}{2}} d\mathbf{r} .$$