Lezione 8
Criteri di scelta tra operazioni finanziarie: il REA ed il TIR

Maurizio Pratelli

Una operazione finanziaria può essere un investimento oppure un finanziamento.
Nel primo caso il primo flusso è negativo e gli altri positivi (investo una certa somma oggi per ottenere dei flussi positivi in tempi futuri), e nel secondo caso tutto è cambiato di segno.

Ad esempio se usiamo una notazione come questa

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -6000 & 5000 & 1260 \end{pmatrix}$$

intendiamo che oggi investiamo 6000 € e riceveremo 5000 € alla data 1 e 1260 € alla data 2 (potrebbero essere ad esempio un anno e due anni): si tratta cioè di una operazione di investimento.

Operazioni finanziarie

L' esercizio 4 della Lezione 7 proponeva invece una operazione di finanziamento che può essere rappresentata dallo schema seguente

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3000 & -1600 & -1600 \end{pmatrix}$$

Questa volta però le date di versamento erano 6 mesi ed un anno.

Di fronte a diverse possibili operazioni finanziarie, si pone il problema di fornire dei criteri di valutazione per decidere quale possa essere più conveniente.

Il criterio del REA
Rendimento Economico Attualizzato

Per definizione è il valore attuale dei flussi di cassa calcolato rispetto a un tasso di valutazione prefissato.

Ad esempio il REA dell'operazione finanziaria A, calcolato rispetto al tasso del 4 % , è

$$-6000 + \frac{5000}{1,04} + \frac{1260}{1,04^2} = -27,366$$

mentre il REA dell'operazione B, rispetto allo stesso tasso, è

$$+3000 - \frac{1600}{(1,04)^{1/2}} - \frac{1600}{1,04} = -107,39$$

Quando due operazioni finanziarie sono confrontabili, è preferibile quella che ha un REA più alto (questo vale sia per l'investimento che per il finanziamento).

Esercizio 1. Consideriamo i due seguenti investimenti

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -10200 & 4000 & 7000 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -10200 & 4500 & 6480 \end{pmatrix}$$

Calcolare il REA di entrambi i progetti con tasso di valutazione 3 % e decidere quale è preferibile.

Ripetere la stessa operazione con tasso 5 % .

$$-10200 + \frac{4000}{1{,}03} + \frac{7000}{1{,}03^2} = 281{,}66$$

Al tasso di riferimento del 3 % si hanno i seguenti risultati:

$$REA_A = 281,66 \qquad REA_B = 276,95$$

Invece al tasso del 5 % i risultati sono questi:

$$REA_A = -41,269 \qquad REA_B = -36,734$$

Che cosa ci dicono questi risultati?

Al tasso del 3% le operazioni sono vantaggiose (rendono più del 3%) mentre al tasso del 5% non lo sono

Proprietà del REA

L' aspetto positivo del REA è essenzialmente la *"facilità di calcolo"*.

Notiamo ad esempio che non c'è nessuna difficoltà nel calcolare il REA di operazioni finanziarie più a lungo termine, ad esempio un finanziamento con un numero maggiore di rate di pagamento, come il seguente:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 10000 & -2000 & -2100 & -2200 & -2300 & -2400 \end{pmatrix}$$

$$10000 - \frac{2000}{(1+i)} - \frac{2100}{(1+i)^2} \cdots - \frac{2400}{(1+i)^5}$$

Proprietà del REA

Gli aspetti negativi del REA sono invece i seguenti:

- il calcolo del REA dipende dal tasso di riferimenti scelto, c'è dunque un elemento soggettivo in questo calcolo e può dare risultati diversi con tassi diversi;
- per lunghi periodi il tasso di riferimento è poco affidabile, in quanto è imprevedibile quali possano essere i tassi di qui a qualche anno.

Per questi motivi il metodo del TIR, che adesso esponiamo, è di gran lunga preferibile dal punto di vista metodologico . . . ma ha i suoi svantaggi.

Il criterio del TIR
Tasso Interno di Rendimento

Per definizione è il tasso di valutazione in corrispondenza del quale il valore attuale dei flussi di cassa è nullo.

Ad esempio considerando il primo esempio, il calcolo del TIR equivale a trovare l'interesse *i* che risolve l'equazione

$$-6000 + \frac{5000}{(1+i)} + \frac{1260}{(1+i)^2} = 0$$

equazione di II grado nell'incognita $(1+i)$

$$6000 = \frac{5000}{(1+i)} + \frac{1260}{(1+i)^2}$$

Osserviamo che noi abbiamo già svolto un esempio di calcolo del TIR (pur senza nominarlo) quando abbiamo affrontato l'esercizio 4 della Lezione 7, ed abbiamo risolto l'equazione

$$4000 = 1000 + \frac{1600}{(1 + i_2)} + \frac{1600}{(1 + i_2)^2}$$

che equivale a

$$3000 - \frac{1600}{(1 + i_2)} - \frac{1600}{(1 + i_2)^2} = 0$$

Notiamo che in questo esempio, così come nell'esempio precedente, c'erano due tempi futuri e ponendo $x = (1 + i)$ (o $x = (1 + i_2)$) abbiamo dovuto risolvere una equazione di secondo grado nella variabile x .

Proprietà del TIR

Guardiamo le proprietà del TIR:

- l' aspetto positivo è la bontà del metodo, sicuramente preferibile al REA dal punto di vista metodologico;
- l' aspetto negativo è costituito dalla complicazione dei calcoli.

Nei due esempi precedenti c'erano solo due tempi futuri, e ci siamo trovati di fronte una equazione di secondo grado; ma se i tempi fossero stati tre l'equazione sarebbe diventata di terzo grado e così via ...

Però le vere applicazioni finanziarie richiedono spesso un numero abbastanza elevato di tempi di riscossione (investimento) o pagamento (finanziamento) ... ne segue che nelle applicazioni pratiche il TIR può essere calcolato solo con l'uso di un opprtuno software specializzato.

Siano A e B due operazioni finanziarie comparabili, e indichiamo con i_A e i_B i relativi TIR.

- se A e B sono investimenti, A è preferibile a B se $i_A > i_B$;
- se A e B sono finanziamenti, A è preferibile a B se $i_A < i_B$.

Osserviamo che il confronto tra due operazioni finanziarie comparabili si può fare anche se i tempi di pagamento sono diversi: ad esempio per il pagamento di una moto ci potrebbero proporre il pagamento di tre rate annuali o 10 rate trimestrali (a parte la difficoltà di calcolo per il caso del TIR).

Osservazione Sia A una operazione di investimento e sia REA_A il rendimento calcolato secondo un tasso di valutazione i e sia i_A il TIR corrispondente:

REA_A è negativo se i_A è inferiore a i, è positivo se $i_A > i$

In una operazione di finanziamento vale invece la diseguaglianza opposta (cioè $REA_A > 0$ se $i > i_a$).

$$-6000 + \frac{5000}{(1+i)} + \frac{1260}{(1+i)^2}$$

REA rispetto ad i

i_A tale che

$$-6000 + \frac{5000}{(1+i_A)} + \frac{1260}{(1+i_A)^2} = 0$$

Esercizio 2. Consideriamo questi due possibili investimenti

$$\begin{pmatrix} t & 0 & 1 & 2 \\ A & -1000 & 540 & 540 \\ B & -1200 & 750 & 550 \end{pmatrix}$$

Osserviamo preliminarmente che non è significativo confrontare i due REA perché il capitale impegnato è diverso nei due casi.

Scegliere quindi il progetto migliore di finanziamento sulla base del TIR.

$$-1000 + \frac{540}{(1+i)} + \frac{540}{(1+i)^2} = 0 \qquad x = (1+i)$$

$$100x^2 - 54x - 54 = 0$$

$$50x^2 - 27x - 27 = 0$$

$$x = \frac{27 \pm \sqrt{27^2 + 4 \times 50 \times 27}}{100}$$

si scarta la soluzione col "meno"

$$(1+i) = \frac{27 + \sqrt{27^2 + 200 \times 27}}{100} = 1,0528$$

$$TIR_A = 5,28\% \text{ annuo}$$

$$-1200 + \frac{750}{1+i} + \frac{550}{(1+i)^2} \qquad x = (1+i)$$

$$120x^2 - 75x - 55 = 0$$

$$24x^2 - 15x - 11 = 0$$

$$x = \frac{15 \pm \sqrt{15^2 + 24 \times 11 \times 4}}{48}$$

ne scarto il "meno"

$$x = (1+i) = 1,0581$$

$$TIR_B = 5,81\%$$

conviene l'investimento B

Esercizio 3. Per l'acquisto di un notebook del valore di 2000 € il venditore propone due possibili forme di pagamento:

- 500 € subito e 1600 € tra 8 mesi;
- 700 € subito, 700 tra 6 mesi e 700 tra 12 mesi.

Quale tra queste due proposte è la più conveniente utilizzando il criterio del TIR ?

$$2000 = 500 + \frac{1600}{(1+i)^{2/3}}$$

$$2000 = 700 + \frac{700}{1+i_2} + \frac{700}{(1+i_2)^2}$$

$$1500 = \frac{1600}{(1+i)^{2/3}}$$

$$(1+i)^{2/3} = \frac{15}{16} \qquad (1+i) = \left(\frac{16}{15}\right)^{3/2} = 1{,}101\ldots$$

$TIR_A \sim 10{,}1\ \%$ all'anno

$$1300 - \frac{700}{1+i_2} - \frac{700}{(1+i_2)^2} = 0 \qquad x = (1+i_2)$$

$$13x^2 - 7x - 7 = 0$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 7 \times 4 \times 13}}{26}$$

scarto il "meno"

$$x = (1 + i_2) = 1,0508$$

5,08% semestrale

$$i = (1 + i_2)^2 - 1 = 0,1043$$

$$TIR_B = 10,43\%$$ annuo