Lezione 11
Ammortamenti a rata costante
e approfondimenti sui mutui immobiliari

Maurizio Pratelli

Ammortamenti a rata costante

Ricordiamo la formula per la rata di ammortamento di un debito A in n rate costanti, con tasso d'interesse *"sul periodo"* i :

$$R = \frac{A\,i}{1-(1+i)^{-n}}$$

Inoltre il *"debito residuo"* dopo k rate è dato da

$$D_k = R\,\frac{1-(1+i)^{-n+k}}{i}$$

Calcoliamo la *"quota di interessi"* I_k compresa nella rata k-sima :

$$I_k = i\,D_{k-1} = R\left(1-(1+i)^{-n+k-1}\right)$$

e si ottiene la *"quota di capitale"* C_k pagata nella rata k-sima

$$C_k = R - I_k = R\,(1+i)^{-n+k-1}$$

Ammortamenti a rata costante

Notiamo che per ogni k vale la formula

$$C_k = (1 + i)\, C_{k-1}$$

e di conseguenza

$$C_k = (1 + i)^{k-1}\, C_1 \quad \text{dove} \quad C_1 = R\,(1 + i)^{-n}$$

In poche parole le quote di capitale formano una progressione geometrica di ragione $(1 + i)$: per questo motivo questo metodo è anche chiamato ammortamento progressivo.

Inoltre *conoscendo una quota di capitale si possono ottenere tutte le altre*; infine conoscendo la rata R e una quota di capitale C_k si può ricostruire facilmente il *tasso d'interesse i* dall'equazione $C_k = R\,(1 + i)^{-n+k-1}$

Mutui immobiliari

I *mutui immobiliari* sono quasi esclusivamente ammortamenti col metodo progressivo e rata mensile: l'interesse dichiarato dalla Banca è il realtà il TAN cioè il tasso annuo nominale convertibile 12 volte e se i è questo interesse dichiarato, l'interesse da considerare nella formula per la rata è $i/12$.

Se non ci fossero ulteriori commissioni, il TAEG dovrebbe essere $(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1$ (naturalmente stiamo parlando di mutui a tasso fisso).

Nella pratica si aggiungono sempre altre commissioni e di queste si tiene conto nel calcolo del TAEG (che le Banche cercano di tenere nascosto ma che per legge sono tenute a precisare nel contratto ufficiale del mutuo).

Nella pagina seguente riporto i dati presi da diverse Banche per un mutuo ventennale a tasso fisso: nella prima colonna è riportato l'interesse annuo dichiarato, nella seconda il TAEG teorico e nella terza il TAEG effettivo.

Naturalmente questi dati sono presi da internet e vanno quindi considerati con le molle ...

Mutui immobiliari

$3,30$	$3,35$	$3,54$
$3,36$	$3,41$	$3,48$
$3,60$	$3,65$	$3,76$
$3,66$	$3,72$	$3,99$
$3,77$	$3,83$	$4,03$

A volte il tasso di interesse può cambiare durante l'ammortamento, ad esempio dopo k rate il tasso passa da i a j (stiamo parlando sempre del tasso annuo nominale): in tal caso dopo aver considerato per k rate il tasso i , si calcola il debito residuo D_k e la nuova rata viene calcolata utilizzando la formula con $(n - k)$ rate, tasso j e capitale da rimborsare D_k .

Altre volte il debitore può richiedere dilazioni di pagamento che possono venire accordate secondo certe regole ...

Esaminiamo adesso due Esercizi che considerano queste situazioni, e in seguito accenniamo al più complesso problema dei mutui a tasso variabile, in genere mutui indicizzati.

Esercizio 1. Un cliente stipula un mutuo immobiliare quinquennale al tasso del 3,5 % su una somma di 100.000 € ; dopo due anni la Banca (sfruttando una clausola che era stata inserita nel contratto) cambia il tasso d'interesse passando al 4 %. Infine al termine del quarto anno il cliente, avendo a disposizione maggiore liquidità, chiede di estinguere il mutuo.

1) Calcolare la rata mensile durante i primi due anni;

2) calcolare la rata mensile nel periodo successivo;

3) calcolare la somma da versare al termine del quarto anno per saldare il debito e chiudere il mutuo.

1) calcolare il tempo in mesi e cambiare il tasso $i = \frac{0{,}035}{12} = 0{,}0029166$

$$R = \frac{100.000 \times 0{,}0029166}{1 - 1{,}0029166^{-60}} = 1819{,}17$$

rate per i primi due anni

2) il debito residuo è

$$D_{24} = 1819{,}17 \cdot \frac{1-(1+i)^{-36}}{i} =$$

$$= 1819{,}17 \; \frac{1 - 1{,}0029166^{-36}}{0{,}0029166} \simeq 62.083{,}38$$

nuovo interesse $\dfrac{0{,}04}{12} = 0{,}00333$

restano 36 rate

Esercizi

nuove rate per gli ulteriori 3 anni

$$R_2 = 62.083,38 \cdot \frac{0,00333}{1 - 1,00333^{-36}} =$$

$$= 1832,83$$

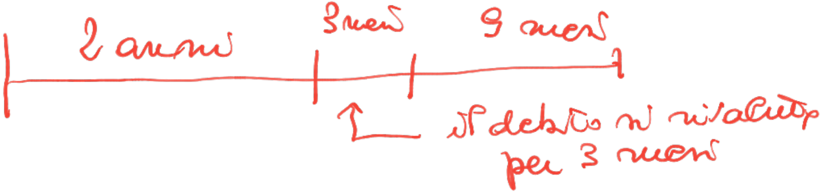
c) debito residuo al termine del IV anno

$$D_k = R \frac{1 - (1+i)^{-(n-k)}}{i} = 1832,83 \cdot \frac{1 - 1,0033^{-12}}{0,0033} = 21.409,76$$

Esercizio 2. Un cliente, per effettuare una ristrutturazione edilizia, ottiene un prestito di 40000 € da saldare in tre anni con rate mensili al tasso d'interesse del 3,2 % annuo.

Al termine del secondo anno, trovandosi in difficoltà, chiede alla banca di sospendere il pagamento per tre mesi: la banca accorda il permesso però chiede che il debito venga comunque saldato al termine del terzo anno con il pagamento di 9 rate eguali.

Calcolare la rata dovuta per i primi due anni e per gli ulteriori 9 mesi.



interesse mensile $\frac{0,032}{12} = 0,00266$

rata mensile

$$R = 40.000 \times \frac{0,00266}{1 - 1,00266^{-36}} = 1166,64$$

debito residuo dopo 2 anni

$$1166,64 \times \frac{1 - 1,00266^{-12}}{0,00266} = 13.760,6$$

dopo 3 mesi il debito è diventato

$$13.760,6 \times 1,00266^3 = 13.870,7$$

nuove rate: capitale da rimborsare

numero rate = 9 interesse 0,00266

$$R = 13.870,7 \frac{0,00266}{1 - 1,00266^{-9}} =$$

$$= 1571,65$$

Ammortamenti indicizzati

Sempre più spesso i mutui vengono proposti a tasso variabile: ad esempio l'interesse sul periodo k potrebbe essere il tasso EURIBOR sul mese corrispondente più un divario chiamato spread.

Euro Inter Bank Offer Rate è il tasso medio al quale le banche o gli istituti finanziari si prestano denaro per la durata di un mese, e viene pubblicato giornalmente da Bruxelles: rappresenta cioè un tasso di riferimento.

Indipendentemente dal significato economico, quello che succede è che il tasso può cambiare di mese in mese: tuttavia il principio del funzionamento è simile a quanto esposto precedentemente e molto facile . . . c'è però una forte complicazione nei calcoli che viene facilmente superata da un software idoneo.

Ammortamenti indicizzati

- si calcola la prima rata secondo la formula, come se l'interesse per il mese successivo fosse l'interesse per tutto il periodo
- si verifica se al termine del mese l'interesse è cambiato: se è rimasto eguale la seconda rata coincide con la prima
- se l'interesse è cambiato, si calcola la seconda rata tenendo conto del debito residuo D_1 , della durata diminuita $(n-1)$ e del nuovo tasso d'interesse
- per ogni rata successiva si procede allo stesso modo

Si pone naturalmente un problema cruciale: è più conveniente un mutuo a tasso fisso o variabile?

Non si può dare una risposta sulla base di semplici conti perché non si conosce l'evoluzione futura (sono necessari dei modelli probabilistici che comunque danno una risposta *"in probabilità"*) . . . e in ogni caso non esiste una risposta valida per tutti.