



1. Calcolare  $\int_0^{\pi/2} x \cdot \cos(x) dx$ .

2. Calcolare  $\int_T y dx dy$  dove  $T$  è il triangolo in  $\mathbb{R}^2$  di vertici  $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ .

3. Al variare di  $t \in \mathbb{R}$  stabilire quante soluzioni ha il sistema lineare 
$$\begin{cases} 3x + (t-5)y = t-2 \\ (t-1)x + 4y = -2t. \end{cases}$$

4. Calcolare  $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 3 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & 0 & 3 \\ 1 & -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ .

5. In  $\mathbb{R}^3$  trovare una base ortogonale del piano di equazione  $3x - 5y + 2z = 0$ .

6. Stabilire per quali  $t \in \mathbb{R}$  è diagonalizzabile la matrice  $\begin{pmatrix} 2t+4 & t^2-2t-3 \\ t+1 & t^2-t \end{pmatrix}$ .

---

**Le risposte devono essere sinteticamente giustificate**

Deve essere esibita la tessera dello studente o un documento. I telefoni devono rimanere spenti. Le risposte ai quesiti vanno scritte negli spazi bianchi di questo foglio. Questo foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Questo foglio va consegnato dopo i primi 45 minuti. Prima della consegna non è concesso alzarsi né chiedere chiarimenti. Sul banco è consentito avere solo i libri di testo in originale, i fogli forniti e la cancelleria.

---



Considerare l'applicazione lineare  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  data da  $f(x) = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 5 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix} \cdot x$ .

- (A) (4 punti) Determinare basi di  $\text{Ker}(f)$  e  $\text{Im}(f)$  verificando la formula della dimensione.
- (B) (3 punti) Trovare un'equazione cartesiana di  $\text{Im}(f)$ .
- (C) (2 punti) Trovare la prima colonna della matrice  $[f]_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}}$  dove

$$\mathcal{B} = (e_1 + e_2, e_2 + e_3, -e_1 + e_2 + e_3),$$

con  $(e_1, e_2, e_3)$  base canonica di  $\mathbb{R}^3$ .

---

Deve essere esibito un documento o la tessera dello studente. I telefoni devono rimanere spenti. Sul tavolo è consentito avere solo solo i libri di testo in originale, i fogli forniti e la cancelleria. Si può uscire solo in casi eccezionali. Ogni foglio consegnato deve recare nome e numero di matricola. La minuta non va consegnata. Per risolvere un punto dell'esercizio è sempre lecito utilizzare gli enunciati dei punti precedenti, anche se non si è riusciti a risolverli.

---



## Risposte ai quesiti

1.  $\frac{\pi}{2} - 1$
2.  $\frac{4}{3}$
3. Infinite per  $t = -1$ , nessuna per  $t = 7$ , una altrimenti
4.  $-1$
5.  $\left( \left( \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ -8 \end{pmatrix} \right) \right)$
6.  $t \neq 2$



## Soluzione dell'esercizio

$$(A) \begin{pmatrix} 7 \\ -11 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ e } \left( \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \right); 1 + 2 = 3$$

$$(B) -2x_1 + x_2 + x_3 = 0$$

$$(C) \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$