



1. Calcolare $\int \frac{x^2 - 6x + 11}{x^2 - 6x + 10} dx$.

2. Calcolare $\int_e^{e^2} \frac{1}{x \cdot \log(x)} dx$.

3. Calcolare il rango della matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 3 & -5 & 4 \\ 2 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & -5 \end{pmatrix}$.

4. Calcolare il prodotto vettoriale $v_1 \times v_2$, con $v_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

5. Determinare una base del complemento ortogonale di $W = \text{Span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$ in \mathbb{R}^3 rispetto al prodotto scalare standard.

6. Trovare la soluzione generale dell'equazione differenziale $y' = e^{2x-3y}$.

Le risposte devono essere sinteticamente giustificate

Deve essere esibito il libretto o un documento. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Le risposte ai quesiti vanno scritte negli spazi bianchi di questo foglio. Questo foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Questo foglio va consegnato dopo i primi 45 minuti. Prima della consegna non è concesso alzarsi né chiedere chiarimenti. Sul banco è consentito avere solo i libri di testo in originale, i fogli forniti e la cancelleria.



Considerare la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & k \\ -3 & 0 \end{pmatrix},$$

con $k \in \mathbb{R}$.

- (A) (2 punti) Determinare per quali valori di k la matrice A è invertibile.
- (B) (2 punti) Calcolare il polinomio caratteristico di A in funzione di k .
- (C) (2 punti) Determinare il valore di k per cui A ha un solo autovalore, di molteplicità algebrica 2.
- (D) (2 punti) Per il valore di k trovato al punto precedente, determinare una base dell'unico auto-spazio di A .
- (E) (1 punto) Stabilire se per tale valore di k la matrice A è diagonalizzabile.

Deve essere esibito il libretto o un documento. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i libri di testo in originale, i fogli forniti e la cancelleria. Si può uscire solo in casi eccezionali. Ogni foglio consegnato deve recare nome e numero di matricola. La minuta non va consegnata. Per risolvere un punto dell'esercizio è sempre lecito utilizzare gli enunciati dei punti precedenti, anche se non si è riusciti a risolverli.



Risposte ai quesiti

1. $x + \arctan(x - 3) + c$

2. $\log(2)$

3. $\text{rk}(A) = 2$

4. $v_1 \times v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

5. $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

6. $y = \frac{1}{3} \log\left(\frac{3}{2} e^{2x} + c\right), c \in \mathbb{R}$



Soluzione dell'esercizio

- (A) $k \neq 0$
- (B) $P_A(t) = t^2 - 2t + 3k$
- (C) $k = \frac{1}{3}$
- (D) $\lambda = 1, V_1 = \text{Span}\left(\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}\right)$
- (E) Per $k = \frac{1}{3}$ la A non è diagonalizzabile